PAUTA APROX.

Geofísica de la Tierra Sólida 2024 - Evaluación 1

Fecha: 7 de mayo de 2024. Tiempo: 120 minutos.

Elije 10 de las 12 preguntas. Todas las preguntas constan de 5 pts (50 pts total). Entre porcentaje y nota, la escala sigue la sugerencia del reglamento de docencia de pregrado UdeC.

Recuerden siempre escribir sus suposiciones y mostrar sus cálculos. Cuide el uso de las unidades, por ejemplo 100 [km] es 100000 [m].

---

1) [5 pts] molesta

$\therefore |\bar{L}_{actual}| \equiv I_{inicial}|\bar{\omega}_{inicial}| = 0.4 M_{ini} R_{ini}^2 |\bar{\omega}_{ini}|$

(a) [3 pts] Utilice los siguientes datos y el principio de conservación del momento angular para estimar la tasa de rotación inicial del sistema solar, suponiendo que era inicialmente una esfera homogénea.

$\bar{L}$ constante sistema cerrado

- $\bar{L} = I\bar{\omega}$

$\therefore I$ inicial $= 0{,}4\, M_{inicial} R_{inicial}^2$

- Momento angular actual del sistema solar = 3.3×10^{45} kg m^2 s^{-1}
- Masa del sistema solar actual = 2.0×10^{30} kg suponer conservado
- Radio estimado del sistema solar inicial = 1.5×10^{13} m

$$|\bar{\omega}_{ini}| = \frac{|\bar{L}_{actual}|}{0.4 M_i R_i^2} = \frac{3.3\times10^{45}}{0.4\times2\times10^{30}(1.5\times10^{13})^2} = 1.83\times10^{-11} \text{ rad/s}$$

(b) [2pts] ¿Esa tasa de rotación está equivalente a una revolución completa cada cuántos años? 1 revolución completa en 2π radianes; $\frac{2\pi\,[rad]}{1.83\times10^{-11}\,[rad/s]} = 3.4\times10^{11}$ [s]

en años es $\div(60\times60\times24\times365)$ $\simeq 11000$ años

---

2) [5 pts] no tan mal

(a) [2 pts] Calcule la energía gravitacional liberada en [J] por la caída de un meteorito tipo Chicxulub a la superficie terrestre. $E = \frac{GMm}{R_T} = \frac{6.67\times10^{-11}\times6\times10^{24}\times1\times10^{15}}{6.4\times10^{6}} = 6.25\times10^{22} \simeq 6.3\times10^{22}$ [J]

- Masa del meteorito Chicxulub = 1×10^{15} kg
- Masa de la Tierra = 6×10^{24} kg
- Radio terrestre = 6.4×10^{6} m
- $G = 6.67 \times 10^{-11}$ [m^3/kg/s^2]

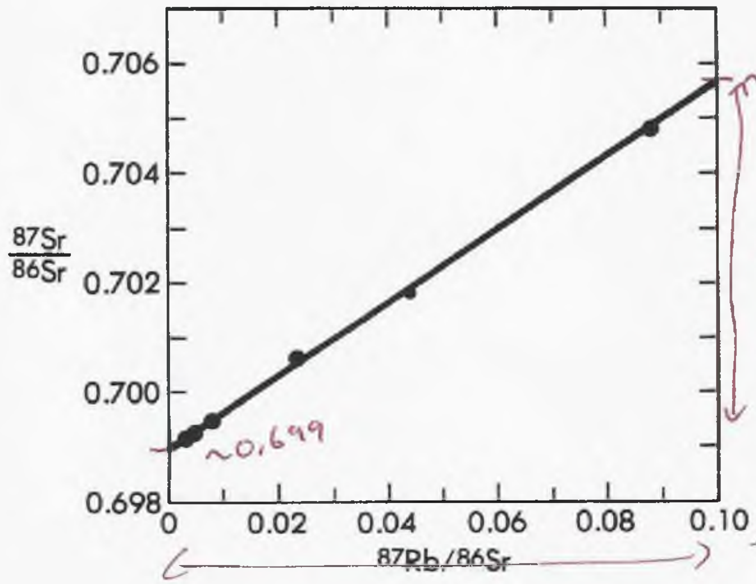
$$0.05\, E = Cp_{atm} M_{atm} \Delta T_{atm} \Rightarrow \Delta T_{atm} = \frac{0.05\times6.3\times10^{22}}{1\times10^{18}\times1000} = 3.15 \approx 3^{\circ}$$

(b) [3 pts] Suponiendo que el 5% (una fracción de 0.05) de esta energía calienta la atmósfera terrestre, calcule el aumento de temperatura en la atmósfera debido a este meteorito.

- Masa de la atmósfera terrestre = 1×10^{18} kg
- Calor específico de la atmósfera terrestre $C_P = 1000$ [J/kg/K]

---

3) [5 pts]
fácil



$\Delta y = 0{,}7057 - 0.699$

$\Delta x = 0{,}1$

$\therefore \frac{\Delta y}{\Delta x} = 0.067$

Figura 1: Datación Rb-Sr para una roca

(a) [3 pts] La figura muestra mediciones de Rb-Sr para una roca. Calcule su edad.

($\lambda_{87} = 1.42 \times 10^{-11}$ año^{-1})

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = e^{\lambda_{87} t} - 1 \Rightarrow \lambda_{87} t = \ln\left(\frac{\Delta y}{\Delta x} + 1\right) = 0.0649$

$t = \frac{0.0649}{1.42 \times 10^{-11}} = 4.57 \times 10^{9}$ años!

(b) [2 pts] Basado en su edad, describa qué tipo de roca es.
Meteorito, condrito! Edad sistema Solar

---

4) [5 pts]
OK

"La Tierra estaba en un estado fundido cuando se formó." Resume brevemente, sin ecuaciones, la evidencia que apoya esta declaración y que proviene de:

(i) Modelos térmicos de formación de la Tierra. Energía Colapso gravitacional → calcular ΔT, ΔT para la Tierra ~1000°, es mucho!
(ii) El momento de inercia de la Tierra. $I < 0.4MR^2 \Rightarrow$ mayor densidad adentro ⇒ material denso se hundió en el líquido fundido original
(iii) Mediciones radiométricas tomadas en rocas terrestres. edades rocas terrestres < edades sistema Solar/meteoritos primordiales

---

5) [5 pts]
OK

Explique cómo se utilizaron mediciones con estrellas para hacer algunas de las primeras estimaciones del radio terrestre.

Pts por Dibujo!

Medir mismo angulo (α_1, α_2) a la misma estrella al mismo tiempo a diferentes latitudes (λ_1, λ_2) entrega $R_{Terrestre}$

6) [5 pts]

Derivada en las clases, una manera de escribir un potencial gravitacional de referencia U, en una cierta posición $P(r, \theta, \phi)$, es:

$$U(P) = \underbrace{-\frac{GM}{r}}_{\text{masa puntual}} + \underbrace{\frac{GJ_2Ma^2}{r^3}\left[\frac{3}{2}\cos^2\theta - \frac{1}{2}\right]}_{\text{corrección por el ``bulto ecuatorial''}} \underbrace{-\frac{1}{2}r^2\sin^2\theta\omega^2}_{\text{rotación}}$$

FACIL!

(a) [1 pt] ¿Qué representa la letra a en esta ecuación? Radio ecuatorial terrestre

(b) [2 pts] ¿En que dos puntos en la superficie terrestre es el efecto de la rotación negligible?

Polo N, Polo S (geográfico)

(c) [2 pts] ¿Qué debo hacer para cambiar entre U y $\bar{g}$? $\bar{g} = -\nabla U$ y listo

---

7) [5 pts]

ok

(a) [2 pts] Defina el geoide terrestre. Superficie equipotencial actual para la Tierra / típicamente tomado para coincidir con el nivel del mar.

(b) [3 pts] Explique cómo se diferencia el geoide del elipsoide de referencia, en términos de:

(i) La variación espacial en la dirección de ϕ → solo geoide tiene variaciones longitudinales

(ii) La variación espacial en la dirección de θ → geoide, variaciones espaciales fuertes, elipsoide, variación SUAVE en latitud

---

8) [5 pts]

okish

Manipulación de la ecuación de Laplace ($\nabla^2 U(\bar{r}) = 0$) conduce a la siguiente expresión:

$$\underbrace{\frac{1}{R}\left[2r\frac{\partial R}{\partial r} + r^2\frac{\partial^2 R}{\partial r^2}\right]}_{\text{const.}} + \underbrace{\frac{1}{\Theta\sin\theta}\left[\cos\theta\frac{\partial\Theta}{\partial\theta} + \sin\theta\frac{\partial^2\Theta}{\partial\theta^2}\right] + \frac{1}{\Phi\sin^2\theta}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\phi^2}}_{\text{-const.}} = 0$$

(a) [3 pts] Explique por qué aparecen r, θ, ϕ en minúscula en esta ecuación, y también en mayúscula. r, θ, ϕ coordenadas esféricas

R, Θ, Φ funciones de estas coordenadas (separación de variables $U = R\Theta\Phi$)

(b) [2 pts] La clave para llegar a la solución es que tanto la parte radial como la parte angular de esta ecuación deben ser constantes que sumen a cero. Explique por qué esta condición es necesaria para obtener la solución de la ecuación de Laplace en todos r, θ, ϕ.

(• Si estamos en un punto r, θ, ϕ que cumpla la ecuación arriba ⇒ la suma de la parte radial y la parte angular es cero

• Si solo cambiamos radio r, la parte angular se mantiene constante entonces requerimos que la parte radial también se mantiene constante para que $\underbrace{}_{\text{cte.}} + \underbrace{}_{-\text{cte}} = 0$

(• Si en algún punto la suma no es cero, no cumplimos Laplace)

en el punto "cualquier" con densidad cero → 0

9) [5 pts]

Okish

$$U(r,\theta,\phi) = \sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{l}\left\{ \begin{array}{c} r^l \\ \left(\frac{1}{r}\right)^{(l+1)} \end{array} \right\}[A_l^m \cos m\phi + B_l^m \sin m\phi]P_l^m(\cos\theta)$$

(a) [2 pts] Explique qué son los armónicos sectoriales y dibuje el armónico sectorial asociado con $l = 3$.

$l = m$ $(m \neq 0)$

← 6 líneas nodales en 1 revolución ecuatorial.

(b) [3 pts] Los modelos del campo gravitacional terrestre utilizan la suma de armónicos hasta $l = 36$. Calcule la separación entre los nodos en el ecuador para este armónico sectorial en kilómetros, para obtener una estimación de la escala más fina que se puede representar con un modelo de armónicos esféricos hasta este grado.
(Radio terrestre = 6378 km)

Con $l = 36$, sectorial $\Rightarrow m = 36$

$\Rightarrow 2 \times 36 = 72$ líneas nodales

$\therefore$ Separación $= \frac{2\pi R_{Terrestre}}{72} = 556000$ [m] $\simeq 560$ km

---

10) [5 pts] BRUTAL!

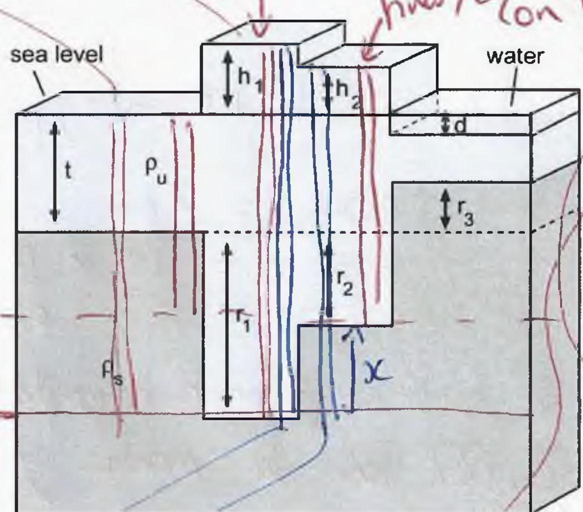
estado inicial

$(h_1 + \cancel{t} + r_1)\rho_u = \cancel{t\rho_u} + r_1\rho_s$

$\Rightarrow h_1\rho_u = r_1(\rho_s - \rho_u)$

$r_1 = \frac{h_1\rho_u}{\rho_s - \rho_u}$

$r_1 = \frac{4 \times 2700}{3300 - 2700} = 18$ km ← originalmente equivale acá!



$\Rightarrow (h_2 + \cancel{t} + r_2) = (h_1 + \cancel{t} + r_1 - 10)$

$\Rightarrow h_1 + \cancel{t} + r_1 = h_2 + \cancel{t} + r_2 + 10$

final

$(h_2 + \cancel{t} + r_2)\rho_u = \cancel{t\rho_u} + r_2\rho_s$

$\therefore (h_1 + r_1 - 10)\rho_u = r_2\rho_s$

$(4 + 18 - 10)\rho_u = r_2\rho_s$

$r_2 = \frac{12 \times 2700}{3300}$

$r_2 = 9.82$ km

$\rightarrow h_1 + r_1 = h_2 + r_2 + 10$

$\Rightarrow h_2 = h_1 + r_1 - r_2 - 10$

$= 4 + 18 - 9.82 - 10$

$= 2.18$ km

Figura 2: Esquema de la isostasia de Airy.

Un altiplano originalmente de 4 km de altura, en equilibrio isostático, sufre 10 km de erosión vertical a lo largo de millones de años. Asumiendo que la erosión ocurre suficientemente lenta para mantener el equilibrio isostático, ¿cuál es la elevación final del altiplano después de este período de erosión?

(Se puede usar densidad de corteza continental = 2700 kg/m^3; densidad del manto = 3300 kg/m^3)

Better? $(\underbrace{h_1 + \cancel{t} + r_1}_{22})\rho_u = (\underbrace{h_2 + \cancel{t} + r_2}_{12})\rho_u + x\rho_s$

$\Rightarrow (\cancel{h_1 + r_1})\rho_u = (\cancel{h_1 + r_1} - 10)\rho_u + x\rho_s$

$\Rightarrow x\rho_s = 10\rho_u$

$22\rho_u = 12\rho_u + x\rho_s \Rightarrow x = \frac{10\rho_u}{\rho_s} = \frac{270}{33}$

no es necesario calcular r_1?

$r_2 + x = r_1 \Rightarrow r_2 = 18 - \frac{270}{33} = 9.82$ km

10) hecho rápido (con ayuda de estudiante)
y bien

A) $\underbrace{h_1 + \cancel{t} + r_1}_{\text{espesor columna continental original}} - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{10 km de erosion}}}{10} = \underbrace{h_2 + \cancel{t} + r_2}_{\text{espesor final}}$

B) Comparar columnas azules dibujadas en la figura

$$\Rightarrow (h_1 + \cancel{t} + r_1)\rho u = (h_2 + \cancel{t} + r_2)\rho u + x\rho m$$

no es necesario calcular r_1

$$(\cancel{h_1 + r_1})\rho u = (\cancel{h_1 + r_1} - 10)\rho u + x\rho m$$

$$\Rightarrow \quad 10\rho u = x\rho m$$

$$\Rightarrow x = 10 \times \frac{\rho u}{\rho m} = \frac{10 \times 27}{33} = 8{,}182 \text{ km}$$

C) Los 10 km de corteza fueron reemplazados por 8,182 km de manto y $(h_1 - h_2)$ km de aire

$$\Rightarrow (h_1 - h_2) + 8{,}182 = 10$$

$$\Rightarrow h_2 = h_1 + 8{,}182 - 10$$

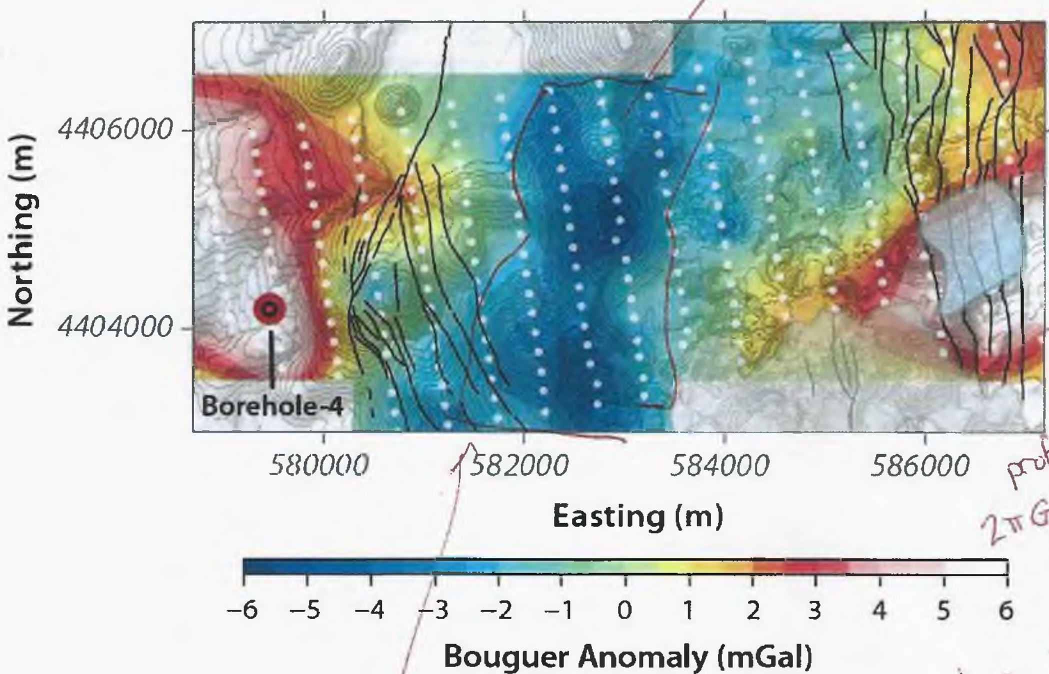
$$= 4 + 8{,}182 - 10$$

$$= \underline{2{,}18 \text{ km}}$$

(todavía lo considero una pregunta conceptualmente difícil)

11) [5 pts] ok

geometría! (dibujado así o decir ~2km ancho, largo no definido, orientación ≈ NS



Suponer lámina infinita profundidad!

$2\pi G \Delta\rho h = -6\times10^{-5}$

$h = \frac{-6\times10^{-5}}{2\pi G(1800-2700)} = 159 \approx 160$ [m]

ρ estoy dispuesto aceptar hasta doble eso por la anomalía positiva en los bordes

Figura 3: La anomalía de Bouguer en un valle sedimentario geotérmico, generada por la diferencia de densidad entre el granito en los bordes del valle y los sedimentos que lo llenan. Puntos blancos muestran las posiciones de las mediciones, los contornos muestran la topografía, y las líneas negras indican las fallas locales. Las unidades están en metros respecto a una zona UTM (es decir, la imagen muestra aproximadamente 8 km en la dirección oeste-este).

Azul = déficit de masa

Un proyecto desea modelar las aguas subterráneas en este valle para entender el origen de los fluidos que circulan y necesita las dimensiones del valle. Mediciones de las rocas estiman que $\rho_{\text{granito}} = 2700$ kg/m^3 y $\rho_{\text{sedimentos}} = 1800$ kg/m^3. Utilice los datos de gravedad para estimar la geometría del valle y su profundidad, y explique sus suposiciones. lámina infinita ...

no está compensada

---

12) [5 pts] fácil

con dibujos!

carga de hielo

dobla la placa

después del deshielo déficit de masa

(a) [3 pts] Explique el mecanismo de rebote postglacial.

flujo astenosférico hace que la placa elástica rebote a su posición inicial

(b) [2 pts] ¿Qué medición específica tomada en áreas que están pasando por el rebote postglacial nos permite estimar la viscosidad de la astenosfera?

---

medir/estimar velocidad vertical del rebote (en cm/año)

(+ cantidad de la depresión)