

Math approx. pauta

Geofísica de la Tierra Sólida 2023 - Evaluación 2

Fecha: 21 de julio de 2022. Tiempo: 120 minutos.

Elije 10 de las 12 preguntas. Todas las preguntas constan de 5 pts (50 pts total). Entre porcentaje y nota, la escala sigue la sugerencia del reglamento de docencia de pregrado UdeC.

Recuerden siempre escribir sus suposiciones y mostrar sus cálculos. Cuide el uso de las unidades, por ejemplo 100 [km] es 100000 [m].

1) [5 pts]

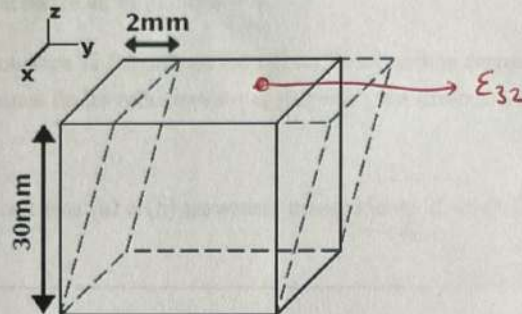


Figura 1: Un ejemplo de deformación de un elemento de volumen.

(a) [2 pts] La Figura 1 muestra una deformación relacionada con el elemento ϵ_{32} . ¿Para un medio elástico, isotrópico, homogéneo, qué elemento de esfuerzo genera esta deformación?

(podría servir: $c_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk})$)

$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} f_{kk} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \epsilon_{kl}$
 $k=3, l=2 \Rightarrow \sigma_{32}$ (y σ_{23} para ser exacto)
 2pt.

(b) [3 pts] El esfuerzo mencionado en la parte (a) tiene una magnitud de 40 kPa. Genera un desplazamiento de 2 mm en un cubo de dimensiones 30 x 30 x 30 mm. Calcule la rigidez de este medio.

rigidez $\mu = \frac{\text{Presión cortante}}{\text{Deformación cortante}} = \frac{40000 \text{ (Pa)}}{\frac{2 \times 10^{-3}}{30 \times 10^{-3}}} = \frac{40000 \times 15}{2} = 600000 \text{ Pa} = 6 \times 10^5 \text{ Pa}$

2) [5 pts] La ecuación de movimiento en la Tierra puede estar escrita como:

$$\int_V f_i dV + \oint_S \sigma_{ij} n_j dS = m a_i$$

(a) [2 pts] Explique por qué en la realidad esta ecuación representa tres ecuaciones y escriba estas 3 ecuaciones. $i = 0, 1, 2, 3$

OPCIONAL se puede expandir la suma sobre j

$$\int_V f_i dV = \oint_S \sigma_{ij} n_j dS = m a_i$$

(b) [3 pts] Explique qué representan los términos $\int_V f_i dV$ y $\oint_S \sigma_{ij} n_j dS$. Dé razones por qué uno de estos términos es notablemente más grande que el otro (¿cuál?) cuando pasan ondas sísmicas.

fuerzas de volumen fuerzas de superficie

Ondas sísmicas alta frecuencia \Rightarrow oscilación produce fuertes restaurantes en las superficies de los elementos \rightarrow estos son los traccioneros en el segundo término

3) [5 pts]

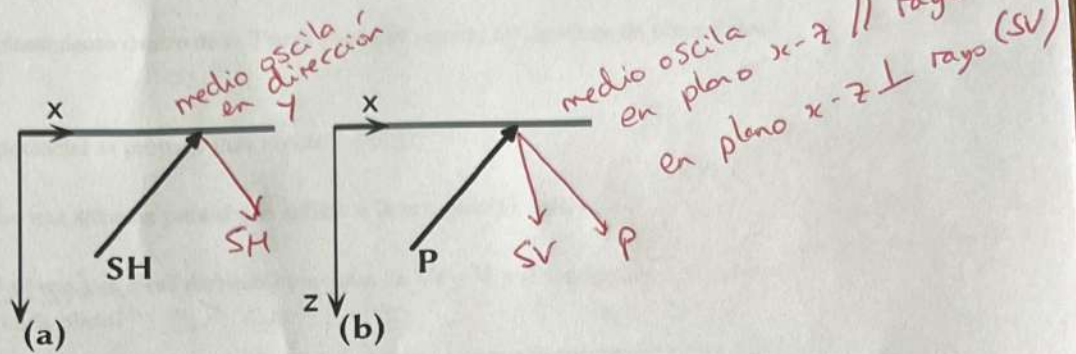


Figura 2: (a) Un rayo SH llegando a la superficie terrestre en el plano $x - z$. (b) Un rayo P llegando a la superficie terrestre en el plano $x - z$.

(a) [3 pts] La Figura 2 muestra la llegada de un rayo a la superficie terrestre. Compare los dos casos SH y P en términos de las reflexiones que generan y las direcciones en que se mueve el medio.

(b) [2 pts] ¿Cuál de los dos casos (a) o (b) generaría un sonido en el aire? Dé una razón para su respuesta.

compresional => caso (b) que es la P.

4) [5 pts]

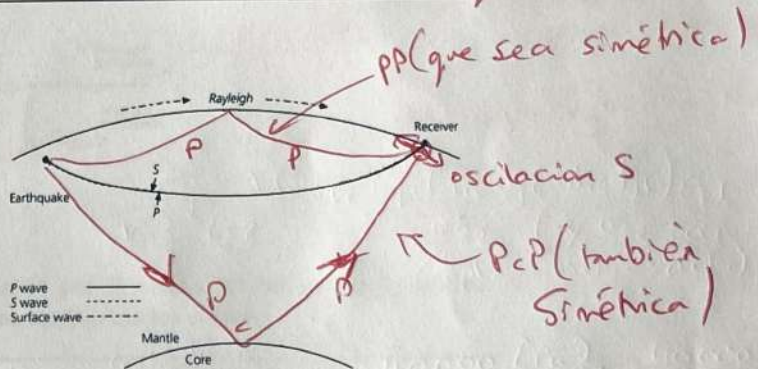
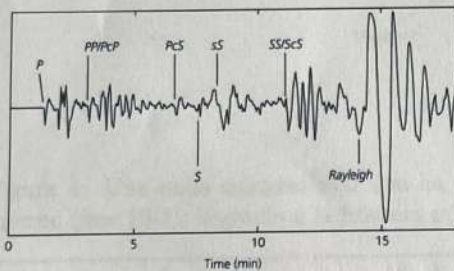


Figura 3: Un sismograma (**componente vertical Z**), con la geometría de las fases P y S (tienen geometrías muy similares, la curva S se encuentra debajo de la curva P).

(a) [2 pts] Explique por qué la amplitud de la fase S en el sismograma es menor que la amplitud de la fase P. *Trayectoria del rayo, llega ~ vertical. Oscilación S es perpendicular al eso => poca amplitud.*

(b) [3 pts] Dibuje en la imagen la geometría de las fases PP y P_CP. Explique por qué estas dos fases pueden llegar al mismo tiempo a pesar que una recorre mayor distancia que la otra.

P_CP va mas profundo/mayor distancia en el manto pero bueno las velocidades sísmicas allá son mayores.

5) [5 pts] El desplazamiento dentro de la Tierra puede ser escrito en términos de potenciales:
 $\bar{u} = \nabla\phi + \nabla \times \bar{\psi}$

(a) [1 pt] ¿Qué potencial se propaga más rápido - ϕ o $\bar{\psi}$? ϕ

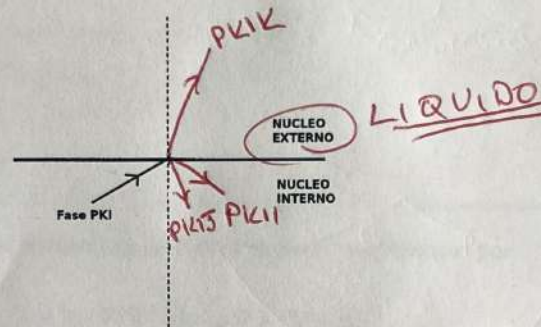
(b) [2 pts] Escribe una solución para ϕ que satisface la ecuación de ondas.

$\phi = Ae^{i(kx - \omega t)}$
 $\phi = A \sin(kx - \omega t)$
 $\phi = 0$ igual función!
 $3D = 1D \alpha$

(c) [2 pts] En el plano y-z, ¿qué derivadas parciales de $\nabla\phi$ y $\nabla \times \bar{\psi}$ son iguales a cero para una solución de onda plana? \Rightarrow cualquier $\frac{\partial(\dots)}{\partial x}$ es cero!

6) [5 pts] La Figura 4 muestra una onda compresional, que ha pasado por el manto y el núcleo externo, y actualmente está viajando por el núcleo interno, llegando a la frontera núcleo interno-núcleo externo como una fase PKI.

Dibuje los rayos y escriba la nomenclatura sísmica de las fases que están saliendo desde la interfaz en este caso. Cuide que los ángulos de los rayos con la normal estén aproximadamente correctos.



3 pts : rayos + nomenclatura
 1 pt : ángulo S < ángulo P
 1 pt : ángulo ^P núcleo externo disminuye
 -pts : onda S en líquido

Figura 4: Una onda compresional que ha pasado por el manto, núcleo externo y núcleo interno (fase PKI), llegando a la frontera núcleo interno-núcleo externo.

7) [5 pts] Existe una fase sísmica que baja en el manto como onda compresional, luego cruza el núcleo externo como onda compresional, luego cruza el núcleo interno como onda de cizalle, y luego regresa a la superficie como una onda compresional nuevamente a través del núcleo externo y el manto.

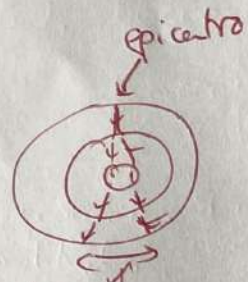
(a) [1 pt] Escribe la nomenclatura sísmica de esta fase. $PJKP$

(b) [2 pts] Por qué esta fase no puede llegar a estaciones cerca el epicentro del evento?

porque tiene que cortar el núcleo!
 llega en aprox. este rayo.

(c) [2 pts] ¿Cómo se puede tener una onda de cizalle propagando en el núcleo interno cuando las ondas de cizalle no pueden pasar el núcleo externo?

conversión entre P-S [1pt]
 en fronteras
 hablar de SV [1pt]



Hablar de zonas de sombra (1pt)

Dibujos (1pt)

Hablar de refracción o mostrarlo en el dibujo (1pt)

Explicar refracción \rightarrow ángulo disminuye con la normal por ley de Snell (1pt)

513335 Geofísica de la Tierra Sólida 2023 - Evaluación 2

Además se puede hablar de curvas de tiempo de viaje para estructuras terrestres (2pts)

8) [5 pts] La velocidad de la onda P en la parte exterior del núcleo externo es menor que la velocidad de la onda P en la parte profundo del manto.

(a) [1 pts] ¿Por qué? *liquido $\Rightarrow \mu = 0 \Rightarrow V_p$ menor*

(b) [4 pts] (En detalle) ¿Cuál es la evidencia sismológica que nos permite deducir eso?

9) [5 pts] Existen dos diferentes tipos de ondas de superficie. Haga una comparación de su generación, velocidad, movimiento particular y dispersión. *Rayleigh: generación $P \rightarrow SV$ en superficie (1pt)*

Love: generación SH en una capa baja velocidad superficial (1pt)

10) [5 pts] Calcule la relación entre c_1 , c_2 , i_1 e i_2 para que una onda refractada en una interfaz cumpla con el principio de Fermat.

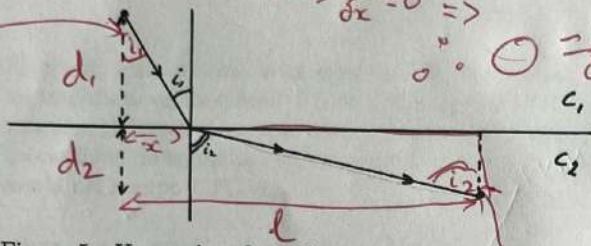


Figura 5: Una onda refractada.

time = dist / Speed = $\frac{(d_1^2 + x^2)^{1/2}}{c_1} + \frac{((l-x)^2 + d_2^2)^{1/2}}{c_2}$

$\Rightarrow \frac{dt}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{1}{c_1} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot \frac{1}{(d_1^2 + x^2)^{1/2}} - \frac{1}{c_2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2(l-x) \cdot \frac{1}{((l-x)^2 + d_2^2)^{1/2}} = 0$

$\Rightarrow \frac{x}{\sqrt{d_1^2 + x^2}} \cdot \frac{1}{c_1} = \frac{(l-x)}{\sqrt{(l-x)^2 + d_2^2}} \cdot \frac{1}{c_2}$

$\Rightarrow \frac{\sin i_1}{c_1} = \frac{\sin i_2}{c_2}$

11) [5 pts] La ecuación de ondas sísmicas en la Tierra se puede representar por:

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = (\lambda + 2\mu) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \mu \nabla \times (\nabla \times \mathbf{u})$$

(a) [2 pts] Escriba las unidades (S.I.) de ρ , $\ddot{\mathbf{u}}$, λ , μ .

$\rho: [kg/m^3]$ $A: [Pa]$ o $[N/m^2]$

$\ddot{\mathbf{u}}: [m/s^2]$ $\mu: [Pa]$ o $[N/m^2]$

(b) [3 pts] Demuestre que un desplazamiento compresional, $\mathbf{u} = \nabla \phi$, se propaga a una velocidad:

$$\alpha = \sqrt{\frac{\kappa + \frac{4}{3}\mu}{\rho}}$$

(Recuerde que el módulo de volumen $\kappa = \lambda + \frac{2}{3}\mu$).

$\rho \frac{d^2}{dt^2}(\nabla \phi) = (\lambda + 2\mu) \nabla(\nabla \cdot \nabla \phi) - 0$

trickery \downarrow

$\rho \frac{d^2}{dt^2}(\nabla \phi) = \left(\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}\right) \nabla^2(\nabla \phi)$

\Rightarrow ecu. de onda, solución una onda a velocidad

$\alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{\kappa + \frac{4}{3}\mu}{\rho}}$

← porque $\nabla \times \nabla \phi = 0$

IGUAL CREDITO POR MOSTRAR A PROPAGACION COMO EN LAS APUNTES

Movimiento particular Rayleigh retrogrado elíptico en superficie Love: transversal en superficie Ambas: Amplitud decae exponencialmente con PROF. (1pt)

Ambas muestran dispersión (1pt)

Love: generación SH en una capa baja velocidad superficial (1pt)

12) [5 pts]

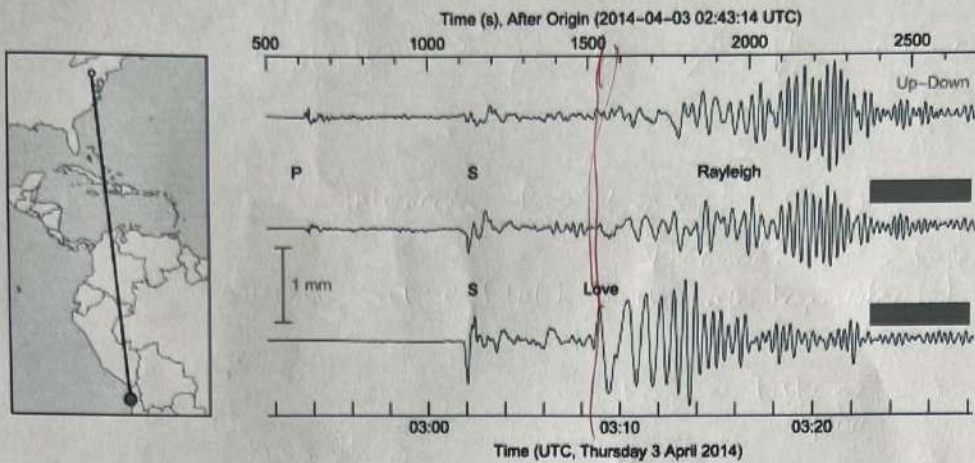


Figura 6: Sismograma de la estación SSPA (Standing Stone, Pennsylvania, EE. UU.) de un terremoto de magnitud 7.7 en Chile. (Izquierda) Mapa que muestra el terremoto y la estación. (Derecha) los tres componentes, el componente superior es vertical (Up-Down). La cantidad de segundos después del tiempo del origen del terremoto se encuentra arriba, la escala del tiempo UTC abajo.

(a) [3 pts] La Figura 6 muestra un sismograma de 3 componentes. El componente vertical está anotado, los otros dos corresponden a Norte-Sur y Este-Oeste en un orden desconocido (rectángulos grises). ¿Cuál es cuál? Dé razones para su elección.

(b) [2 pts] El terremoto se encuentra a una distancia epicentral de aproximadamente 62° . Entonces, usando esta información, calcule la velocidad aproximada de la onda Love en km/s.

- (a) Segundo es N-S [1pt]
 porque trayectoria es \sim N/S [1pt]
 entonces N/S es radial [1pt]
 (o escribe que Rayleigh cae en este plano [1pt])
- (b) tiempo \approx 1500 s (acepto hasta 2300 s)
 $62^\circ \approx 6200$ km
 $Vel \approx \frac{6200}{1500} \approx 4.1$ km/s
 $\frac{6200}{2300} \approx 2.7$ km/s
 y entremedio
- (onda Love es dispersiva
 diferentes ~~velocidades~~ viajan
 a diferentes velocidades)