

Geofísica de la Tierra Sólida 2023 - Evaluación 1

Fecha: 28 de abril de 2023. Tiempo: 120 minutos.

Elige 10 de las 12 preguntas. Todas las preguntas constan de 5 pts (50 pts total). Entre porcentaje y nota, la escala sigue la sugerencia del reglamento de docencia de pregrado UdeC.

Recuerden siempre escribir sus suposiciones y mostrar sus cálculos. Cuide el uso de las unidades, por ejemplo 100 [km] es 100000 [m].

1) [5 pts]

(a) [2 pts] ¿Por qué existe el bulto ecuatorial terrestre?

→ La combinación de $\bar{F}_{centrípeta} + \bar{F}_{gravitacional}$
fuerza resultante + elasticidad → achatamiento

(b) [3 pts] ¿Si la Tierra tenía menor masa, pero todos sus otros parámetros (radio, elasticidad etc.) lo mismo, tendría un mayor o un menor bulto ecuatorial? Justifique su respuesta.

menor masa \Rightarrow menor $\bar{F}_{gravitacional}$, la fuerza centrípeta relativamente tiene mayor efecto \Rightarrow bulto mayor

(acepto otras respuestas bien justificadas)

2) [5 pts]

(a) [2 pts] ¿Qué son los cóndrulos?

Esferas de silicatos vítreos que se encuentran dentro de cóndritos

(b) [3 pts] ¿Qué propiedades de los cóndrulos indican que se enfriaron muy rápido, y en cero gravedad?

estructura vítreo, esferas, magnetización independiente, su edad \sim edad sistema solar, no existen en rocas terrestres

3) [5 pts] Una ecuación importante para determinar la edad de una muestra con el sistema Rubidio-Estroncio es, con $\lambda_{87} = 1.42 \times 10^{-11} \text{ año}^{-1}$:

$$\frac{{}^{87}\text{Sr}}{{}^{86}\text{Sr}} = \left(\frac{{}^{87}\text{Sr}}{{}^{86}\text{Sr}} \right)_0 + \frac{{}^{87}\text{Rb}}{{}^{86}\text{Sr}} (e^{\lambda_{87}t} - 1)$$

(a) [2 pts] ¿Por qué no se puede usar este sistema para obtener una edad precisa de flujos de lava si tienen poca edad (por ejemplo, menor que 1000 años)?

$\lambda_{87}t \approx 0$ con poco t
 \Rightarrow pendiente ≈ 0 no se puede determinar.

(b) [3 pts] La edad de material más antiguo en el universo es aproximadamente 14×10^9 años. Si se podría tomar mediciones Rb-Sr de esta material, dibujar los resultados en la Figura 1.

$$\frac{e^{\lambda_{87}t} - 1}{\text{mejor usar eso}} = \text{pendiente}$$

$$e^{0.1988} - 1 = \text{pendiente} = 0.22$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = 0.22$$

buscamos
línea recta con este pendiente
cualquier intercepto

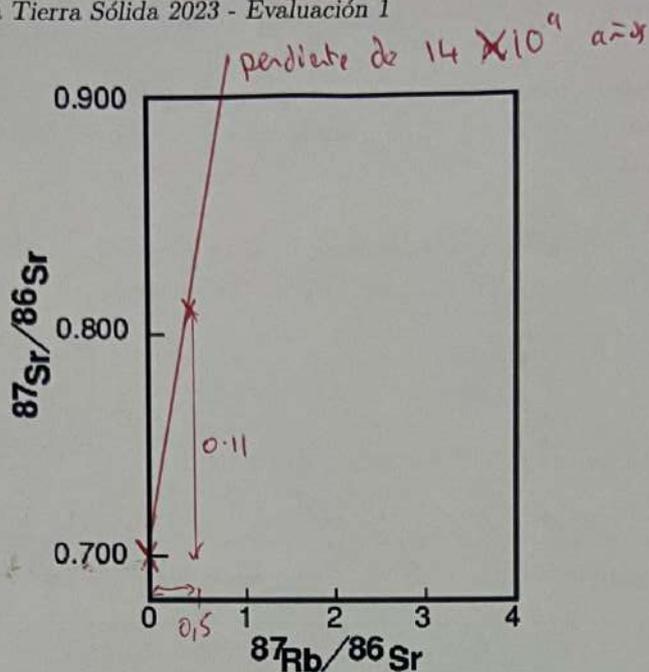


Figura 1: Datación Rb-Sr (sin datos)

4) [5 pts] Derivada en una práctica, la energía gravitacional liberada (Ω en [J]) durante la formación de un planeta esférico y homogéneo (es decir, ρ y C_p constantes) es:

$$\Omega = \frac{3GM^2}{5R}$$

$$M_{\text{Jupiter}} = \frac{4}{3}\pi\rho R^3 = 1.86 \times 10^{27} \text{ kg}$$

Con M y R la masa y el radio del planeta, respectivamente.

$$h \frac{3GM^2}{5R} = C_p M \Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta T = \frac{3hGm}{5C_p} = \frac{3 \times 0.025 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 1.86 \times 10^{27}}{5 \times 6990000 \times 1000}$$

(a) [3 pts] Calcule ΔT para el planeta más grande de nuestro sistema solar, asumiendo que una fracción, $h = 0.025$, de la energía es atrapada como calor cuando el cuerpo se formó.

$$= 26600$$

$$\approx 27000 \text{ K}$$

• Densidad Júpiter $\rho_{\text{Júpiter}} = 1300 \text{ [kg/m}^3\text{]}$; • Radio Júpiter $R_{\text{Júpiter}} = 69900 \text{ [km]}$;
Calor específico Júpiter $C_p \text{ Júpiter} = 1000 \text{ [J/kg/K]}$; Constante $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ [m}^3\text{/kg/s}^2\text{]}$

(b) [2 pts] ¿El valor para ΔT calculado en la parte (a) será una sobreestimación o una subestimación? Justifique su respuesta.

la calculación supaga formación instantánea.
cuando ΔT es alto, la superficie progresivamente
pierde energía por la radiación.

5) [5 pts]

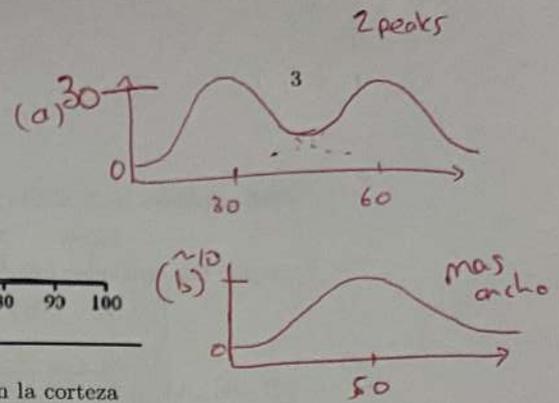
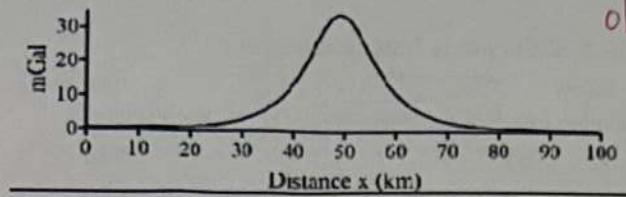
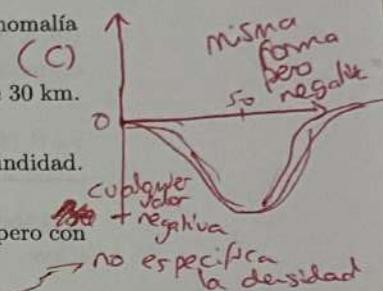


Figura 2: La anomalía de gravedad de una esfera enterrada en la corteza

La figura muestra una anomalía de gravedad de una esfera enterrada. Dibuje la anomalía para:

- (a) [2 pts] Dos esferas en vez de una, separadas horizontalmente por una distancia de 30 km.
- (b) [2 pts] Una esfera de las mismas dimensiones y densidad, enterrada a mayor profundidad.
- (c) [1 pt] Una esfera de las mismas dimensiones, enterrada a la misma profundidad, pero con una densidad menor que la corteza.



6) [5 pts] Derivada en las clases, una manera de escribir un potencial gravitacional de referencia U , en una cierta posición $P(r, \theta, \phi)$, es:

$$U(P) = \underbrace{-\frac{GM}{r}}_{\text{masa puntual}} + \underbrace{\frac{GJ_2Ma^2}{r^3} \left[\frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right]}_{\text{corrección por el "bulto ecuatorial"}} - \underbrace{\frac{1}{2} r^2 \sin^2 \theta \omega^2}_{\text{rotación}}$$

(a) [1 pt] Escribe esta ecuación en términos de la latitud en vez de la colatitud

$\cos \theta \rightarrow \sin \lambda$ y $\sin \theta \rightarrow \cos \lambda$

(b) [2 pts] ¿Por qué es el valor J_2 para la Tierra positiva?

$C - A > 0$ / achatado en los polos / momento de inercia alrededor del eje de giro es mayor

(c) [2 pts] ¿En qué situaciones se puede suponer que el campo gravitacional de una distribución de masa es el mismo de como si fuera una masa puntual?

1) lejos $r \rightarrow \infty$
2) 0 con $J_2=0$, simetría esférica

7) [5 pts] Una de las ecuaciones para el campo g de referencia usada en geodesia está dada por el International Gravity Formula (1967):

$$g = 9.780327(1 + 0.0052792 \sin^2 \lambda + 0.0000232 \sin^4 \lambda)$$

con λ la latitud.

(a) [2 pts] ¿Qué representa el valor de 9.780327 en esta ecuación?

[m/s²]

valor de g en $\lambda=0$ (ecuatorial)

(b) [3 pts] Explique por qué no existen los términos $\sin \lambda$ y $\sin^3 \lambda$ en esta ecuación.

↳ fórmula de referencia no debería estar asimétrica alrededor del ecuador!

8) [5 pts] Los armónicos esféricos son soluciones a la siguiente ecuación:

$$\nabla^2 U(\vec{r}) = 0$$

(a) [2 pts] ¿A qué se refiere cuando uno habla de los "nodos" de los armónicos esféricos? *U = 0 en la esfera*

(b) [2 pts] Los armónicos son funciones escritas en coordenadas esféricas (r, θ, ϕ) . ¿Cómo comparan θ y ϕ con la latitud y la longitud terrestre? *latitud (90-latitud) longitud*

(c) [1 pts] ¿Cuál es la relación entre U y \vec{g} ? *$\vec{g} = -\nabla U$*

9) [5 pts] El potencial gravitacional puede ser representado en términos de armónicos esféricos como:

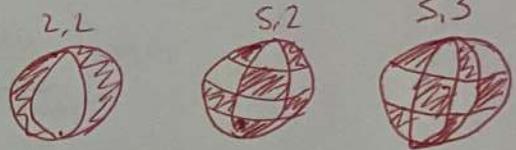
$$U(r, \theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left\{ \left(\frac{1}{r}\right)^{l+1} \right\} [A_l^m \cos m\phi + B_l^m \sin m\phi] P_l^m(\cos \theta)$$

latitud, longitud, grado, orden

(a) [2 pts] ¿Qué significan r, θ, ϕ, l, m en esta ecuación?

(b) [3 pts] Dibuje las siguientes tres armónicos: *dist. desde centro de masa*

	#1	#2	#3
l	2	5	5
m	2	2	3



10) [5 pts] Las anomalías de aire libre y de Bouguer son:

$$\Delta g_{FA} = g_{obs} - dg_{FA} - g_0(\lambda) \quad , \quad \Delta g_B = g_{obs} - dg_{FA} - g_0(\lambda) - dg_B$$

con

$$dg_{FA} = -2 \frac{hg}{r} \quad , \quad dg_B = 2\pi G\rho h$$

(a) [3 pts] ¿Qué suposición se hace en el cálculo para la corrección de Bouguer? ¿En qué lugares en la Tierra no es realista? *línea infinita de masa (densidad etc.) fuertes pendientes / al lado de acantilados etc.*

(b) [2 pts] Para los siguientes casos ¿Son las anomalías de aire libre y de Bouguer positiva, negativa o cerca de cero?

(i) Un altiplano con compensación isostática. *aire libre ~ 0 ; Bouguer negativa*

(ii) Un volcán con compensación isostática parcial. *aire libre positiva ; Bouguer negativa*

11) [5 pts]

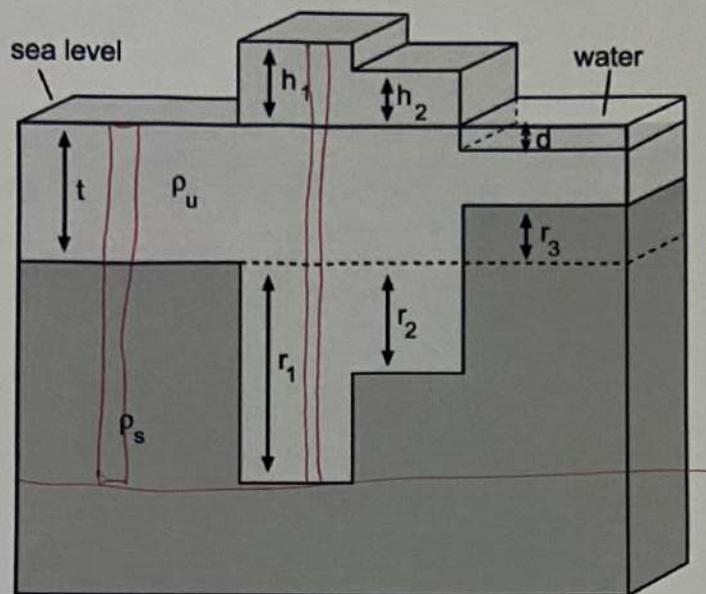


Figura 3: Esquema de la isostasia de Airy.

(a) [2 pts] Use el principio de la isostasia de Airy para calcular la profundidad, r_1 , de la raíz continental debajo de un altiplano con una altura de 4 km. (Se puede usar densidad de corteza continental = 2700 kg/m^3 ; densidad de ^{MANTO} corteza continental = 3300 kg/m^3). +1 all

(b) [3 pts] Ahora calcule la profundidad de la raíz continental, pero con la suposición que la columna de masa del altiplano (4 km espesor) está compuesta totalmente de rocas sedimentarias que tienen una densidad de 2300 kg/m^3 .

$$(a) \quad \cancel{t\rho_u} + r_1\rho_s = (h_1 + \cancel{t} + r_1)\rho_u$$

$$r_1(\rho_s - \rho_u) = h_1\rho_u$$

$$r_1 = \frac{h_1\rho_u}{\rho_s - \rho_u} = \frac{4000 \times 2700}{3300 - 2700} = 18000 \text{ (m)}$$

$$(b) \quad \cancel{t\rho_u} + r_1\rho_s = h_1\rho_{sed} + (\cancel{t} + r_1)\rho_u$$

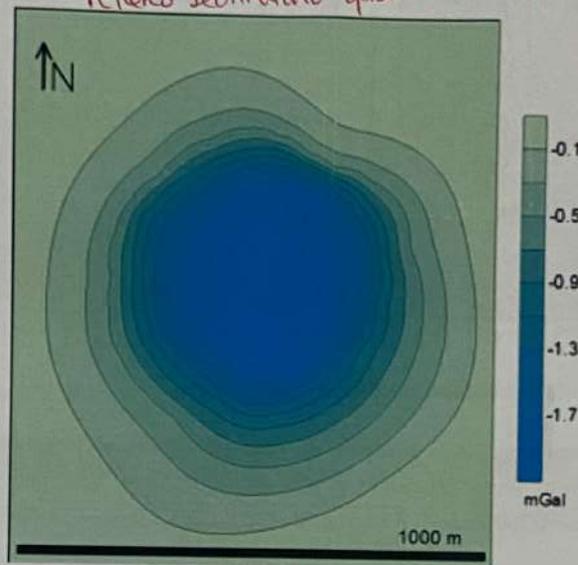
$$\Rightarrow r_1(\rho_s - \rho_u) = h_1\rho_{sed}$$

$$r_1 = \frac{4000 \times 2300}{3300 - 2700} = 15333 \approx 15000 \text{ (m)}$$

alternative definitions ok:
 prof. = $r_1 + t$ bajo nivel del mar
 prof. = $r_1 + t + h_1$ bajo superficie terrestre...

12) [5 pts]

(a) [3 pts] La figura 4 muestra la anomalía de Bouguer de un cráter en la corteza ($\rho_{\text{corteza}} = 2700 \text{ kg/m}^3$) que está lleno de sedimentos pesados ($\rho_{\text{sed}} = 2300 \text{ kg/m}^3$). Estime su profundidad, explique sus suposiciones.

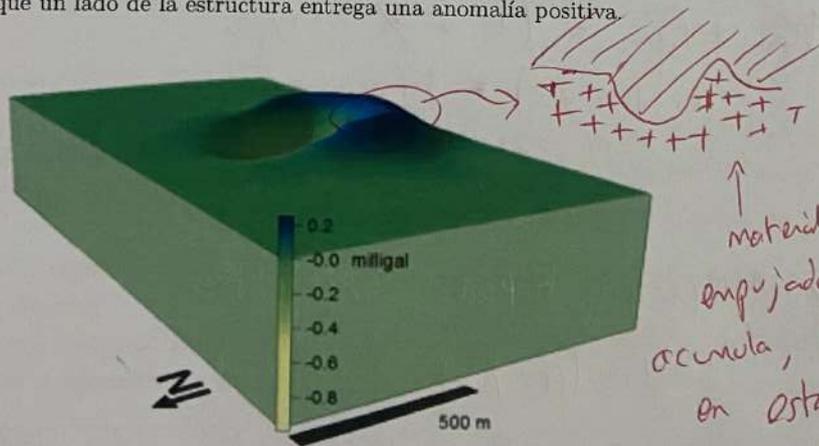


relleno sedimentario aprox. lamina infinita de menor densidad
 $\Delta g_B = 2\pi G \Delta \rho h$

$$\begin{aligned} \therefore h &= \frac{\Delta g_B}{2\pi G \Delta \rho} \\ &= \frac{-1.7 \times 10^{-5}}{2\pi \times 6.67 \times 10^{-11} (2300 - 2700)} \\ &\approx 101 \\ &\approx 100 \text{ metros} \end{aligned}$$

Figura 4: Δg_B para la estructura de impacto de Wolfe Creek ($1 \text{ mGal} \equiv 1 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$).

(b) [2 pts] La figura 5 muestra la anomalía de Bouguer de un cráter que es asimétrica. Explique por qué un lado de la estructura entrega una anomalía positiva.



↑ material mayor densidad empujado hacia un lado, acumula, mayor masa en esta zona
 $\Rightarrow \Delta g_B$ positivo

Figura 5: Δg_B para una estructura de impacto asimétrica.