

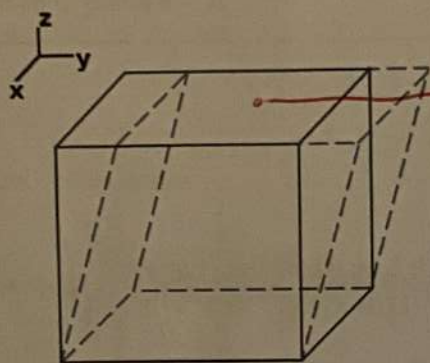
Geofísica de la Tierra Sólida 2022 - Evaluación 2

Fecha: 13 de julio de 2022. Tiempo: 120 minutos.

Elija 10 de las 12 preguntas. Todas las preguntas constan de 5 pts (50 pts total). Entre porcentaje y nota, la escala sigue la sugerencia del reglamento de docencia de pregrado UdeC.

Recuerden siempre escribir sus suposiciones y mostrar sus cálculos. Cuide el uso de las unidades.

1) [5 pts]



ϵ_{32} distinto de cero, es positivo. [3pt]
[2pt]

Figura 1: Un ejemplo de deformación de un elemento de volumen.

(a) [3 pts] Para la deformación del elemento mostrado en la Figura 1: Entre las componentes del tensor de deformación $\epsilon_{11}, \epsilon_{21}, \epsilon_{22}, \epsilon_{31}, \epsilon_{32}, \epsilon_{33}$, ¿cuál(es) componente(s) son cero?, y ¿cuál(es) componente(s) son distintas de cero?

vec. normal dirección deformación. (acepto componente simétrico)

(b) [2 pts] Para las componentes de la parte (a) distintas de cero, ¿tienen valores positivos o negativos?

2) [5 pts] La ecuación de ondas dice que

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = (\lambda + 2\mu) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \mu \nabla \times (\nabla \times \mathbf{u})$$

(a) [1 pt] ¿Qué significa el término $\ddot{\mathbf{u}}$ en esta ecuación? *aceleración*

(b) [1 pt] ¿La relación $(\nabla \times \mathbf{u})$ representa qué tipo de deformación del medio?

*Cizalle (bueno, rotación también!)
Cero $\nabla \times \mathbf{u}$... es cero*

(c) [3 pts] Manipule la ecuación para demostrar que una deformación $(\nabla \times \mathbf{u})$ viaja como una onda en el medio con una velocidad de $\sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$.

(la identidad vectorial $\nabla^2 \mathbf{algo} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{algo}) - \nabla \times (\nabla \times \mathbf{algo})$ puede ayudar)

$$\mathbf{algo} = \nabla \times \mathbf{u} \Rightarrow \nabla^2 (\nabla \times \mathbf{u}) = \nabla(\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{u})) - \nabla \times (\nabla \times (\nabla \times \mathbf{u}))$$

div rotor = 0

$$\therefore \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\nabla \times \mathbf{u}) = \mu \nabla^2 (\nabla \times \mathbf{u})$$

cen. de ondas. velocidad $\sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = (ik)^2 \phi$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = (-i\omega)^2 \phi \Rightarrow \text{soln. si}$$

$$(ik)^2 - \frac{1}{\alpha^2} (-i\omega)^2 = 0$$

$$\Rightarrow -k^2 + \frac{\omega^2}{\alpha^2} = 0$$

$$\omega^2 = \alpha^2 k^2$$

5) [5 pts]

(a) [2 pts] Demuestre que $\phi = A'e^{i(kx-\omega t)}$ es una solución a la ecuación de ondas

$\text{Re}\{\phi\}$

$$= \text{Re}\{A_1 + iA_2\} \cos(kx - \omega t) + i(A_1 + iA_2) \sin(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0$$

(b) [3 pts] Demuestre que esta solución exponencial, con A' un número complejo, corresponde a una solución oscilatoria que es una combinación de un seno y un coseno.

$$= A_1 \cos(kx - \omega t) - A_2 \sin(kx - \omega t)$$

$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$
 $A' = A_1 + iA_2$
 queremos considerar la parte Real

6) [5 pts]

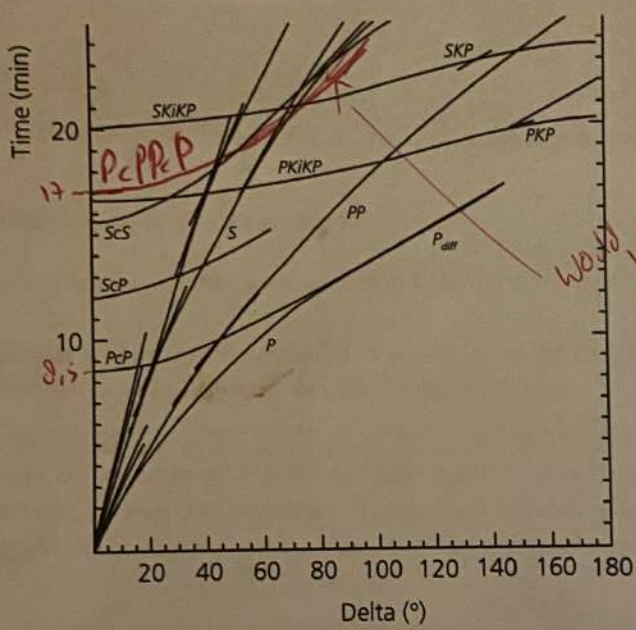


Figura 4: Curvas de viaje para unas fases sísmicas.

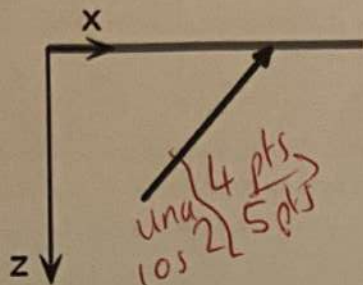
- (a) [1 pt] ¿Por qué la fase PcP llega a cero distancia ($\Delta = 0^\circ$) a un tiempo distinto de cero? *Viaja hacia la frontera núcleo-manto y vuelve.*
- (b) [2 pts] ¿En qué componente(s) (Z, R, T) del sismograma llega la fase PcP a una distancia de $\Delta = 0^\circ$? *el rayo llega vertical => solo Z (compresional)*
- (c) [2 pts] Dibuje en la figura una estimación de la curva para la fase PcPPcP. *Sería más o menos doble en el tiempo (por lo menos en $\Delta=0$ es el doble)*

7) [5 pts] Dibuje las siguientes fases sísmicas dejando claro la diferencia entre ondas compresionales y de cizalle: PS, SKS, PKKP, SKJKS, PKiKS.



→ de hecho, menciona SH => 5pts

3) [5 pts] Para una rayo viajando en el plano $x-z$, describa las situaciones en que el medio se está moviendo solamente en la dirección \hat{y} .



una } 4 pts
 los 2 } 5 pts

- ① si el rayo representa una onda SH
- ② si el rayo representa una onda Love (debe viajar horizontal en este caso)

Figura 2: Un rayo viajando en el plano $x-z$.

4) [5 pts]

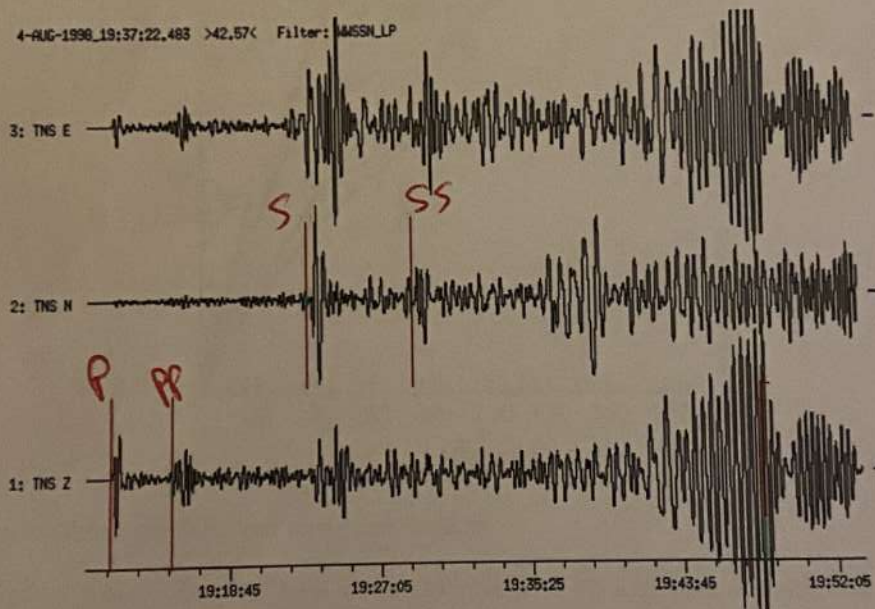


Figura 3: Un sismograma de tres componentes (E, N, Z). El terremoto tiene magnitud ~ 7 y la distancia entre el epicentro y la estación sísmica es $\sim 90^\circ$.

(a) [2 pts] La figura muestra un sismograma, las 4 fases marcadas (líneas verticales) corresponden al P, S, PP y SS. Indique qué línea corresponde a qué fase.

(b) [3 pts] Alicia dice que el epicentro del terremoto es hacia al oeste de la estación. Bob dice que el epicentro es hacia el sur. ¿Quién es más probable tener la razón? Fundamente su respuesta.

Alicia, porque la fase P (y PP) llega en las componentes E y Z + mire la Rayleigh en estas componentes! => E es Radial.

8) [5 pts]

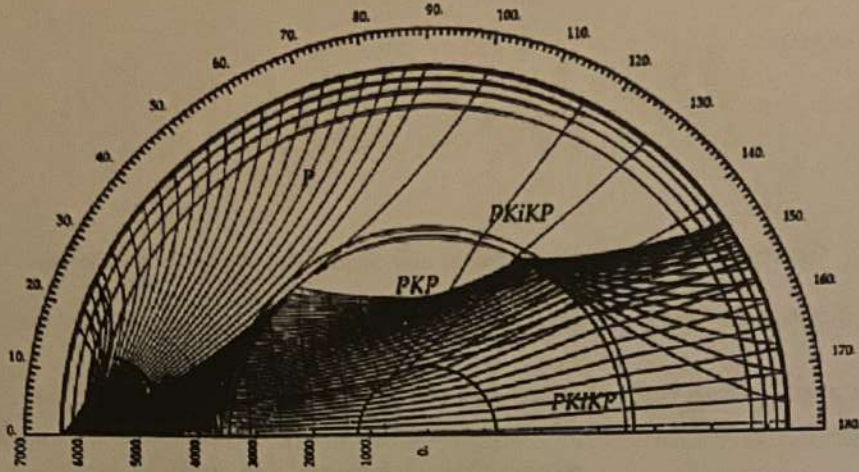


Figura 5: Representación de la zona de sombra P.

(a) [3 pts] Explique por qué existe una zona de sombra P entre los $\Delta \sim 104^\circ$ y los $\Delta \sim 140^\circ$.

Snell (1pt)
 Refracción hacia la normal (1pt)
 en interface núcleo-manto
 A 140° llega PKiKP

(b) [2 pts] La zona de sombra S existe desde los $\Delta \sim 103^\circ$ hacia los $\Delta = 180^\circ$. Se podría decir que en la realidad es una zona de sombra SH - explique por qué.

SH no se acopla con P entonces no puede cruzar el medio externo como SKS...

9) [5 pts] Si ocurre un terremoto en el norte de Chile (decimos con epicentro cerca de la Serena, magnitud 8.5), y usted está situado en Concepción y se siente este terremoto, explique qué fase(s) sísmica(s) se van a sentir con mayor amplitud y dé justificaciones para su respuesta.

hablar de Svelos de concepción (credos)
 fases P, S, bien fundamentadas, igual doy credito (parcial!)

Ondas de superficie van a llegar con mayor amplitud (2pt)
 Justificación (3pt) el argumento que amplitud decae como $\frac{1}{r}$ con r distancia de la fuente) o al menos, que la amplitud no decae tanto con distancia de la fuente por la expansión de la onda en la superficie

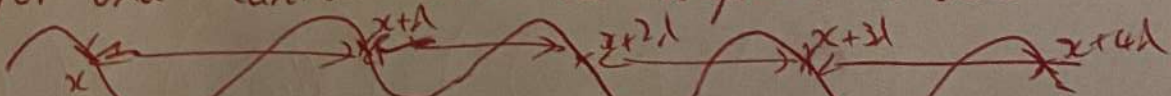
10) [5 pts] Una onda oscilatoria en una dimensión puede estar escrita como:

$$u(x, t) = Ae^{i(kx - \omega t)}$$

(a) [2 pts] ¿Cuál es la definición de longitud de onda?

(b) [3 pts] Si definimos $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, demuestre que λ es la longitud de onda.

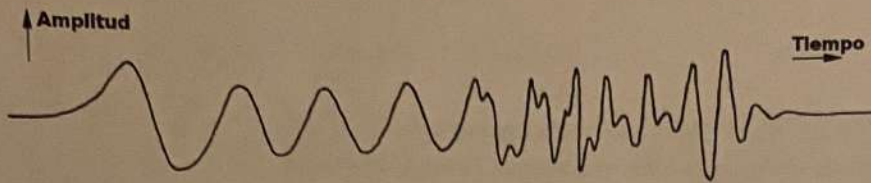
Las propiedades de la onda (amplitud, fase) sean la misma en 2 posiciones separadas por una cantidad entera de longitudes de onda



$$u(x, t) = Ae^{i(\frac{2\pi}{\lambda}x - \omega t)} = Ae^{i(2N\pi)} = Ae^{i(\frac{2\pi}{\lambda}(x + N\lambda) - \omega t)} \text{ con } N \text{ entero}$$

$\Rightarrow u$ es la misma en posiciones $x + N\lambda$.

11) [5 pts]



Cualquier dibujo con 5 periodos cortos llegando primero y periodos largos después.

Figura 6: Representación simplificada de una onda Rayleigh (componente vertical)

(a) [2 pts] Defina lo que significa "la dispersión" en relación a las ondas de superficie.

Velocidad depende de la frecuencia

(b) [3 pts] La Figura 6 muestra una onda Rayleigh (bastante ideal) para la Tierra actual. Explique o dibuje la forma de la onda Rayleigh en el caso hipotético donde κ y μ disminuyen con la profundidad dentro de la corteza y el manto superior.

\Rightarrow periodos mayores viajan más lentos y llegan después!

12) [5 pts]

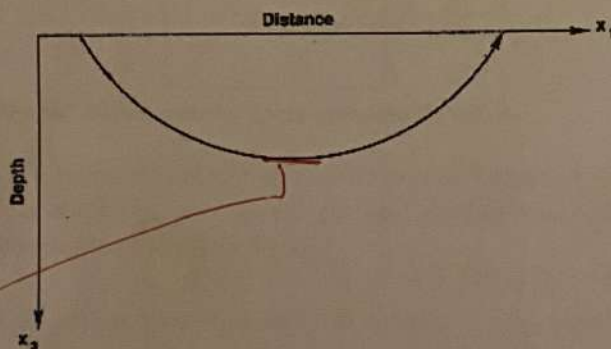


Figura 7: Un rayo doblándose en el manto (caso para una Tierra bastante simple).

(a) [2 pts] Explique por qué rayos sísmicos en el manto terrestre tienen una geometría similar a la mostrada en la Figura 7.

α y β aumentan en el manto \Rightarrow por Snell rayo va más horizontal con profundidad.

(b) [3 pts] El rayo en la Figura 7 es horizontal a una profundidad donde la velocidad sísmica es 11 km/s. Calcule su parámetro del rayo.

horizontal $\Rightarrow i = 90^\circ$ $p = \frac{\sin i}{c} = \frac{\sin 90}{11 \text{ [km/s]}}$

$= \frac{1}{11} \text{ [s/km]}$
 ↑ unidades no necesario.