

MATT
12/09/2019 PAUTA INICIAL: NOTEN QUE OTRAS RESPUESTAS BUENAS PODRIAN EXISTIR Y GANAR PUNTOS.

Geofísica de la Tierra Sólida 2019 - Certamen 1

2 horas

Importante: Hay que elegir 5 de las 7 preguntas de la sección A, y elegir 2 de las 3 preguntas en la sección B.

La sección A consta de 25 puntos, la sección B de 25 puntos.

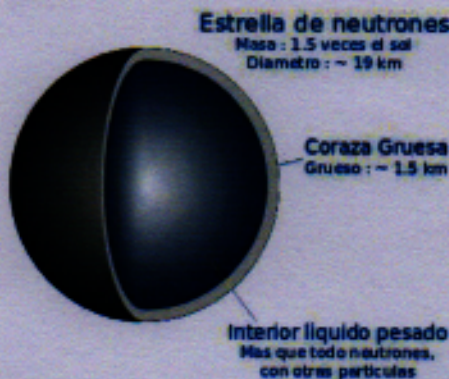
Sección A [Elija 5 de las 7 preguntas. Todas las preguntas constan de 5 pts (=50% en total)]

A1) (a) [2 pts] Describa los factores que determinan el momento de inercia de un planeta o cuerpo celeste.

DISTRIBUCIÓN ESPACIAL / RADIAL DE DENSIDAD => 2pts
(O DEFINIR $I = \sum MR^2$ Y MENCIONAR QUE LA SUMA ES UNA INTEGRAL SOBRE DENSIDAD.)

(b) [3 pts] La figura muestra una estrella de neutrones. Se puede suponer que el líquido interior tiene una densidad constante. ¿Qué tiene mayor momento de inercia: la Tierra o una estrella de neutrones? ¿Por qué?

Mala pregunta debería decir que tiene mayor valor de I/MR^2 1pt entonces se acepta otras respuestas al esta



- LA TIERRA TIENE UN NUCLEO DENTRO EN SU CENTRO, O SU DENSIDAD AUMENTA HACIA EL CENTRO
- LA ESTRELLA DE NEUTRONES ES MAS HOMOGENEA
- MENCIONAR $I_{Tierra} \approx 0,33 M R^2$
 $I_{Estrella neutron} \leq 0,4 m r^2$

Figura 1: Propiedades de una estrella de neutrones.

A2) [5 pts] Explique en detalle por qué, en la formación del sistema solar inicial, los protoplanetas más grandes pueden formar núcleos de hierro, mientras que cuerpos más pequeños no tienen esta capacidad.

- HABLAR BIEN SOBRE ENERGÍA GRAVITACIONAL LIBERADA DURANTE EL PROCESO DE ACRECIÓN PLANETARIA [2 pts]
- MAYOR TAMAÑO DEL CUERPO, MAYOR ENERGÍA LIBERADA [1 pt]
- ENERGÍA → UNA FRACCIÓN SE CONVIERTE EN CALOR [1 pt]
- ΔT PARA CUERPOS MAS GRANDES ES MAYOR [1 pt]
- ⇒ CUERPOS MAS GRANDES PUEDEN ESTAR FUNDIDOS CUANDO SE FORMAN [1 pt]
- CON UN CUERPO FUNDIDO, EL HIERRO, QUE ES MAS DENSO, HUNDE HACIA EL CENTRO [1 pt]

COMBINACIÓN DE EROSIÓN E ISOSTASIA (AIRY)

A3) [5 pts] Explique bien los procesos que permite que se encuentren en la superficie terrestre rocas plutónicas ígneas (como los batolitos), que se forman a kilómetros de profundidad dentro de la Tierra. **MENCIONAR QUE LA EROSIÓN CAUSA UN REBOTE DE LA PLACA [1pt]**

• EL REBOTE SIGNIFICA QUE GRADUALMENTE Llega a la SUPERFICIE

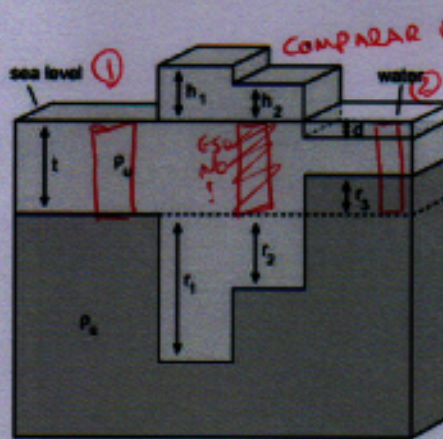
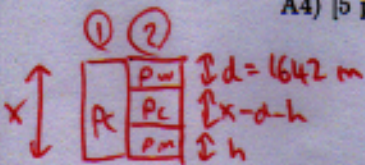


• HABLAR DE PROCESOS TECTONICOS DE SUBIDA/ GENERACIÓN DE MONTAÑAS

• MENCIONAR QUE EL BATOLITO ES DURO ENTONCES SU EROSIÓN ES A MENOR TASA, QUEDA EXPUESTA.

Figura 2: Batolitos: su formación y un ejemplo de uno en la superficie.

A4) [5 pts]



COMPARAR COLUMNAS

AIRY:

$$X p_c = d p_w + (X-d-h) p_c + h p_m$$

$$h(p_m - p_c) = d(p_c - p_w)$$

$$h = \frac{d(p_c - p_w)}{(p_m - p_c)} = \frac{1642(2700 - 1000)}{3300 - 2700}$$

$$h = 1642 \left(\frac{17}{6}\right) = 4652 \text{ [m]}$$

$$\approx 4,6 \text{ [km]}$$

Figura 3: El principio de isostasia de Airy en un diagrama.

El Lago Baikal en Rusia tiene una profundidad máxima de 1642 metros. Use el principio de isostasia para estimar la reducción en el espesor de la corteza continental debajo de este lago.

($\rho_{\text{corteza}} \approx 2700 \text{ kgm}^{-3}$, $\rho_{\text{manto}} \approx 3300 \text{ kgm}^{-3}$, $\rho_{\text{agua}} \approx 1000 \text{ kgm}^{-3}$).

A5) (a) [3 pts] Explique bien qué son los marcos de referencia geográfico y geomagnético para la Tierra.

GEOGRÁFICO: EJE-Z ALINEADO CON EJE DE ROTACIÓN TERRESTRE
GEOMAGNÉTICO: EJE-Z ALINEADO CON EJE DEL MOMENTO MAGNÉTICO TERRESTRE. DIPOLAR (1pt)

(b) [2 pts] Cuando se toman datos paleomagnéticos, ¿qué se tiene que hacer para calcular las posiciones de los caminos de los paleopolos en el marco geográfico?

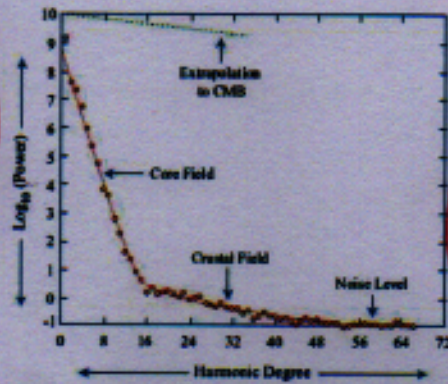
• HAY QUE TOMAR VARIAS MEDICIONES DE ROCAS DE LA MISMA EDAD $\pm \sim 10000$ AÑOS
 • PROMEDIAL LAS MEDICIONES (1pt)

A6)

(b) RESPUESTA: CAMBIO DE PENDIENTE ESTADIA EN $l \sim 28$ EN VEZ DE $l \sim 14$ [3pts]

CREDITO PARCIAL:

- ANOMALIAS MAGNÉTICAS DE MAYOR TAMAÑO EN EL FONDO OCEÁNICO ESTADIAN LA MITAD DE SU TAMAÑO [1pt]



(a) 2 PENDIENTES => 2 FUENTES DEL CAMPO INTERNO [1pt]
A DIFERENTES PROFUNDIDADES [1pt]
ALTERNATIVAMENTE ES ESPECÍFICO QUE 1 PENDIENTE PERTENECE AL CAMPO DEL NUCLEO, Y EL OTRO A LOCAS MAGNETIZADAS EN LA CORTEZA [2pt]

• ESTE TAMAÑO ASOCIADO CON ARMÓNICOS DE GRADO l DOBLE (14) [1pt]

Figura 4: El espectro de potencia para el campo magnético de grado l .

(a) [2 pts] Explique por qué hay dos pendientes en el espectro de potencia del campo geomagnético.

(b) [3 pts] Si la velocidad típica de separación de las placas en las dorsales era la mitad de la velocidad actual, ¿cómo cambiaría el espectro de potencia mostrado en la Figura 4?

A7)

(a) EL POLO ESTABA MAS CERCA PARÍS EN 1617 [1pt]
• LA INCLINACION ES MAYOR! [1pt]
(=> LATITUD MAGNÉTICA) MAYOR

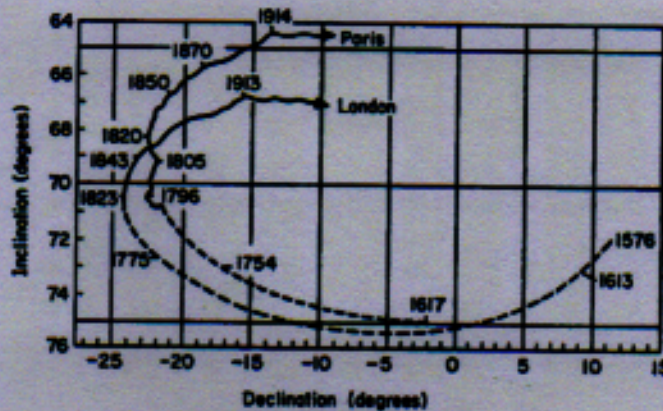


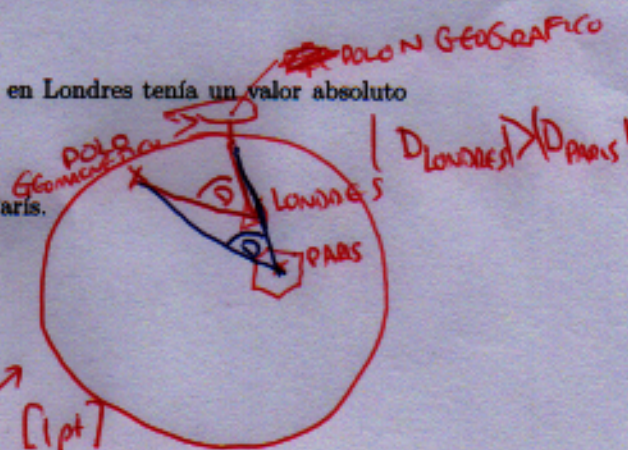
Figura 5: Valores históricos para declinación e inclinación en Londres y París.

(a) [2 pts] Usando la figura, ¿el polo geomagnético estaba más cerca la ciudad de París en el año 1617 o en el año 1914? Explique su respuesta.

(b) [3 pts] ¿Por qué, cerca del año 1800 la declinación en Londres tenía un valor absoluto mayor que la declinación medida en París?

p.d. Londres está a una latitud geográfica mayor que París.

- LONDRES ES MAS CERCA EL POLO [1pt]
- => SUSTIENE UN ÁNGULO MAYOR CON EL N GEOGRÁFICO [1pt]
- MAS EXPLICACION ... O UN DIBUJO AST [1pt]



Sección B [Elija 2 de las 3 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B1) [12.5 pts total]

En el sistema rubidio-estroncio, ^{87}Rb decae a ^{87}Sr y como consecuencia

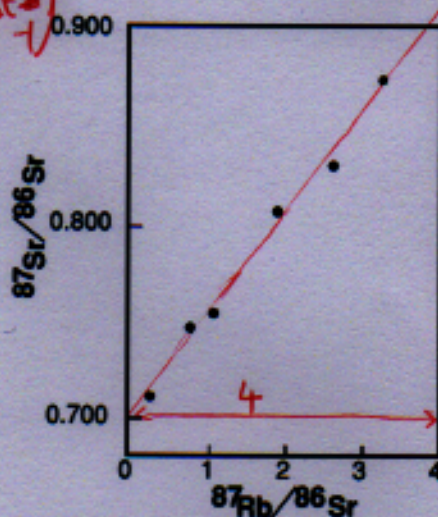
$$^{87}\text{Sr} = ^{87}\text{Sr}_0 + ^{87}\text{Rb} (e^{\lambda_{87}t} - 1) \quad \text{con} \quad \lambda_{87} = 1.42 \times 10^{-11} \text{ año}^{-1}$$

(a) [2 pts] Específicamente, cuándo se inicia el reloj radiométrico para una roca?

CUANDO SE ENFRÍA BAJO DE T_{CURIE} (O SE PONE RÍGIDA)

(b) [4 pts] La Figura 6 muestra mediciones de rubidio y estroncio para una cierta roca. Use estos datos para determinar la edad de la roca.

$$\frac{^{87}\text{Sr}}{^{86}\text{Sr}} = \left. \frac{^{87}\text{Sr}}{^{86}\text{Sr}} \right|_0 + \frac{^{87}\text{Rb}}{^{86}\text{Sr}} (e^{\lambda_{87}t} - 1)$$



PENDIENTE ES $e^{\lambda_{87}t} - 1$

$$\therefore e^{\lambda_{87}t} - 1 = \frac{0,21}{4}$$

$$0,21 \Rightarrow e^{\lambda_{87}t} = 1,0525$$

$$\Rightarrow \lambda_{87}t = 0,0512$$

$$t = \frac{0,0512}{1,42 \times 10^{-11}} = 3,6 \times 10^9 \text{ (año)}$$

(4pts)

Aproximando

$$e^{\lambda_{87}t} - 1 \approx \lambda_{87}t$$

entrega $t = 3,7 \times 10^9$ años que igual esta bien

Figura 6: Mediciones Rb-Sr para una roca ígnea

(c) [4 pts] Cuando se formó la Tierra hace 4.6×10^9 años, usando comparaciones con meteoritos, para el manto inicial se estiman las siguientes tasas:

(i) $\frac{^{87}\text{Sr}}{^{86}\text{Sr}}$ ES MAYOR HOY EN DÍA PORQUE MAS ^{87}Sr SE HA FORMADO POR EL DECAIMIENTO DE RUBIDIO

$$(ii) \frac{^{87}\text{Sr}}{^{86}\text{Sr}} = \left. \frac{^{87}\text{Sr}}{^{86}\text{Sr}} \right|_0 + \frac{^{87}\text{Rb}}{^{86}\text{Sr}} (e^{\lambda_{87}t} - 1)$$

usar $^{87}\text{Rb} = ^{87}\text{Rb}_0 e^{-\lambda_{87}t}$

Las rocas que se derivan del manto hoy en día (por ejemplo basaltos de islas oceánicas como Hawái) tienen valores de $\frac{^{87}\text{Sr}}{^{86}\text{Sr}}$ cerca de 0.705.

(i) ¿Por qué la tasa de $\frac{^{87}\text{Sr}}{^{86}\text{Sr}}$ en el manto hoy en día es mayor que su valor inicial?

(ii) Demuestre la relación matemática entre estos valores de 0.699 y 0.705 para $\frac{^{87}\text{Sr}}{^{86}\text{Sr}}$ inicial y en la actualidad en el manto.

$$\rightarrow 0,705 = 0,699 + 0,09 (1 - e^{-\lambda_{87} \times 4,6 \times 10^9}) \quad \checkmark \checkmark \text{ SE FUNCIONA ...}$$

(d) [2.5 pts] Rocas derivadas de la corteza continental que se forman hoy en día (por ejemplo andesitas formadas por erupciones de volcanes en los continentes) tienen valores iniciales de $\frac{^{87}\text{Sr}}{^{86}\text{Sr}} \gg 0.705$. Dé una razón de por qué es así.

EN ROCAS DE LA CORTEZA, LAS TASAS INICIALES DE $\frac{^{87}\text{Rb}}{^{86}\text{Sr}}$ EN EL FUNDIDO ESTAN RELATIVAMENTE ALTAS

\Rightarrow ^{87}Sr SE GENERA RELATIVAMENTE RÁPIDO COMPARADO CON EL MANTO

Y CUALQUIER NUEVO FUNDIDO TENDRA $\frac{^{87}\text{Sr}}{^{86}\text{Sr}} \gg$ EL VALOR DEL MANTO

Sección B [Elija 2 de las 3 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B2) [12.5 pts total]

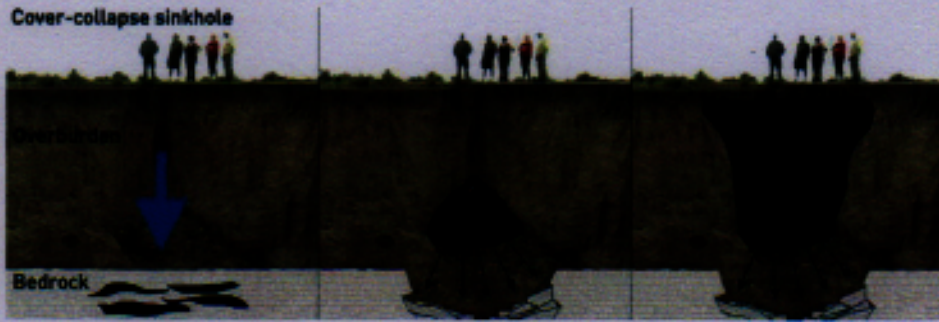


Figura 7: La generación de un sumidero dentro de la Tierra.

Los sumideros son espacios vacíos dentro de la Tierra causado por la erosión de roca que se disuelve en aguas subterráneas. Se puede intentar encontrar un sumidero calculando la anomalía de Bouguer.

- (a) [2 pts] ¿Por qué la anomalía de aire libre no es tan relevante cuando uno quiere encontrar los sumideros? **SUMIDEROS TIENEN TAMAÑO FÍSICO PEQUEÑO (<< ESPESOR DE UNA PLATA) (1pt)**
=> NO SON COMPENSADAS ISOSTÁTICAMENTE (1pt)
- (b) [2 pts] Los sumideros entregarían una anomalía de Bouguer positiva o negativa? Explique su respuesta. **NEGATIVA (1pt)**
EL VACIO EN LA TIERRA INDICA UNA DEFICIT DE MASA => G_{OBS} < G_{REF} (1pt)
- (c) [4 pts] Mediciones de gravedad en un perfil encima de posibles sumideros entregan los siguientes valores:

Dist. a lo largo del perfil [m]	Altura de la topografía [m]	g_{obs} [ms^{-2}]	Δg_B [ms^{-2}]
0	12.35	9.804295	$\approx 7.1 \times 10^{-7}$
10	14.29	9.804292	1.1×10^{-7}
20	17.67	9.804285	-2.4×10^{-7}
30	16.99	9.804287	1.7×10^{-7}
40	13.33	9.804271	-2.3×10^{-5}
50	11.47	9.804297	-4.4×10^{-7}

POSIBLE UBICACIÓN DEL SUMIDERO

Falta un signo negativo :(

SE PUEDE USAR UN VALOR G_{REF} ACA (9.81) G = 6.67x10⁻¹¹

$$\begin{aligned} &= \frac{2g}{r} - 2\pi G\rho h \\ &= \frac{2 \times 9.80432}{6371000} - 2\pi \times 2650 \times 13.33 \\ &= 3.0778 \times 10^{-6} - 1.106 \times 10^{-6} \\ &= 1.9672 \times 10^{-6} \end{aligned}$$

Densidad de la roca madre en este lugar es 2650 kgm^{-3}
 g_{ref} a esta latitud es 9.804320 ms^{-2} al nivel del mar

Calcule la anomalía de Bouguer en los puntos del perfil (un valor ya está dada en la tabla), y indique la posible posición de un sumidero. (Radio terrestre es 6371 km).

$$\begin{aligned} dg_{FA} &= -2 \frac{hg}{r}, \quad dg_B = 2\pi G\rho h \\ \Delta g_B &= g_{obs} - dg_{FA} - dg_B - g_{ref} = g_{obs} + \frac{2hg}{r} - 2\pi G\rho h - g_{ref} \\ \Delta g_B &= g_{obs} + h \left(\frac{2g}{r} - 2\pi G\rho \right) - g_{ref} \\ \Delta g_B &= g_{obs} + 1.9672 \times 10^{-6} h - 9.80432 \end{aligned}$$

CALCULADOR

$$\Delta g_B = g_{obs} - dg_{FA} - dg_B - g_{ref}$$

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$$

(d) [4.5 pts] Use el valor para la anomalía de Bouguer en la posible posición del sumidero para estimar su profundidad en los casos que (i) el sumidero esta lleno de aire (ii) el sumidero esta lleno de agua (densidad 1000kgm^{-3}). ¿Qué suposición se hace?

DE CAPA INFINITA \Rightarrow
ANOMALIA = $2\pi G \Delta \rho h$

EN ESTE CASO

$$\Delta \rho = \left\{ \begin{array}{l} \text{(i)} \quad \rho_{aire} - \rho_{roca} = -2650 \text{ kgm}^{-3} \\ \text{(ii)} \quad \rho_{agua} - \rho_{roca} = -1650 \text{ kgm}^{-3} \end{array} \right\}$$

$$\Delta g_B = 2\pi G \Delta \rho h$$

$$\Rightarrow h = \frac{\Delta g_B}{2\pi G \Delta \rho} = \frac{-2,3 \times 10^{-5}}{2\pi \times 6,67 \times 10^{-11} \times \Delta \rho}$$

caso (i) $h \approx 21$ metros

caso (ii) $h \approx 33$ metros

Sección B [Elija 2 de las 3 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

ESTA PREGUNTA ES MUY FÁCIL!

B3) [12.5 pts total]

La ecuación de Laplace tiene la siguiente forma, donde U puede representar el potencial geomagnético o el potencial gravitacional terrestre,

$$\nabla^2 U = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 U}{\partial \phi^2} = 0$$

(a) [3 pts] ¿En qué lugares no se aplica esta ecuación, y por qué, si (i) U representa el potencial geomagnético, y (ii) U representa el potencial gravitacional terrestre?

(b) [6 pts] Desarrolle y explique los pasos matemáticos para encontrar una ecuación para la parte radial de la solución. Muestre que $R(r) = \alpha r^l + \beta r^{-(l+1)}$ es una solución a esta ecuación.

(c) [3.5 pts] El potencial magnético dipolar en la superficie de la Tierra, en los polos, es aproximadamente 1.5×10^8 amperios. ¿Qué valor entonces tiene el potencial magnético dipolar a una altura de 36 kilómetros encima de los polos?

(El radio terrestre en los polos es aproximadamente 6357 km).

* $R = \alpha r^l + \beta r^{-(l+1)}$

$\frac{dR}{dr} = l\alpha r^{l-1} - (l+1)\beta r^{-(l+2)}$

$\frac{d^2R}{dr^2} = l(l-1)\alpha r^{l-2} + (l+1)(l+2)\beta r^{-(l+3)}$

(a)(i) NO SE APLICA DENTRO DE LA TIERRA, $\rho \neq 0$ [1pt]

(ii) NO SE APLICA DENTRO DEL NÚCLEO, $\vec{J} \neq 0$ [2pts]

(b) [6pts] TOMA LA ECUACION, $u = R \Theta \Phi$, $\times \frac{1}{R \Theta \Phi} - \times r^2$ (c) CAMPO DIPOLAR $\Rightarrow l=1$

$\Rightarrow \frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{1}{\Theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\theta^2} = 0$

parte radial = +k

parte angular = -k
CONSTANTES SINVA CERO

AMBOS PARTES CONSTANTES,

$\Rightarrow \frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) = k$

$2r \frac{dR}{dr} + r^2 \frac{d^2R}{dr^2} = kR$

PROBAR $R = \alpha r^l + \beta r^{-(l+1)}$

CONDICION DE BORDE

$U|_{r=0} \rightarrow 0 \Rightarrow \alpha = 0$
 $\Rightarrow R = \frac{\beta}{r^{(l+1)}} = \frac{\beta}{r^2}$

$U_{dipolar} = \frac{\beta}{r^2} \times \text{parte angular}$

$\Rightarrow U_{36km} = U_{superficie} \times \left(\frac{6357}{42357} \right)^2$

$U_{36km} = 1.5 \times 10^8 \times (0.15)^2 = 3,375 \times 10^7$
 $U_{36km} \approx 314 \times 10^6 A$

$U_{36km} = K \alpha r^l + K \beta r^{-(l+1)}$

1 FACTORES DE $r^l \Rightarrow 2l\alpha + l(l-1)\alpha = K\alpha$

$\Rightarrow K = 2l + l^2 - l = l^2 + l = l(l+1)$

2 FACTORES DE $r^{-(l+1)} \Rightarrow -2(l+1)\beta + (l+1)(l+2)\beta = K\beta$

$\Rightarrow K = -2l - 2 + l^2 + 3l + 2 = l^2 + l = l(l+1)$

FUNCIONA !!! CON $K = l(l+1)$

La pregunta dice 36 km, no 36000 km entonces este valor debería estar 6393 aca ... :(