

Geofísica de la Tierra Sólida 2016 - Certamen 2

2 horas

Importante: Hay que elegir 5 de las 7 preguntas de la sección A, y elegir 2 de las 4 preguntas en la sección B.

La sección A consta de 25 puntos, la sección B de 25 puntos.

Sección A [Elija 5 de las 7 preguntas. Todas las preguntas constan de 5 pts (=50% en total)]

A1) [5 pts] ¿Qué observaciones físicas sobre la Tierra están afectadas por el enfriamiento de la litosfera oceánica y en qué manera?

A2) [5 pts] ¿Cuáles son las fuentes de calor dentro de la Tierra?

A3) El tensor de deformación está dado por

$$\epsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{pmatrix} \quad (1)$$

(a) [2 pts] Explique lo que significan los subíndices i y j en este tensor.

(b) [1 pts] ¿Cuáles son las unidades de medida de los elementos ϵ_{ij} ?

(c) [2 pts] ¿Por qué este tensor es simétrico en sismología?

A4) Las ondas de superficie son evanescentes.

(a) [2 pts] Defina lo que significa la palabra "evanescente".

(b) [3 pts] Para una onda, con desplazamiento del medio en la dirección y , propagándose en el plano $x - z$, está dado por

$$u_y = Ae^{i(k_x x + k_z z - \omega t)} \quad (2)$$

¿Qué restricciones sobre k_x y k_z de la ecuación (2) se requiere para una onda evanescente que se propaga horizontalmente? ¿Cómo se llamaría dicha onda en esta situación - Rayleigh o Love?

A1: 1) Profundidad de océanos

• Simétrico
• más profundo lejos de las dorsales
(enfriamiento/isostasia)

2) Flujo de calor fondo oceánico
• mayor cerca de dorsales
(black smokers)
(pérdida de calor en océanos)

3) RTF. Litosfera...

DENSIDAD / TEMPERATURA

FUENTES DE CALOR \Rightarrow GENERACION DE ENERGIA

Primordial. Liberación de energía gravitacional.
Radiactividad - Latente/cristalización - núcleo interno

velocidades sísmicas
También hay más cosas
• polarización magnética
• varias cosas de zonas de subducción de litosfera vieja
• Cualquier respuesta que funcione genera puntos

← dirección de la deformación

normal a la superficie que deforma
SIN DIMENSIONES

A simetría \Rightarrow rotación del medio.
Sismología consideramos como rotacional.

(La Tierra no se deforma permanentemente por ondas no mar)

• Amplitud decae con prof
• De manera exponencial

k_x real
 k_z imaginaria (depende de ω) ($i\omega$)

deformación del medio en dirección $y \Rightarrow$ Love.

SUPERFICIE
 Área frente de onda $\sim 2\pi r h$
 \Rightarrow energía $\propto \frac{1}{r^2}$
 \Rightarrow amplitud $\propto \frac{1}{\sqrt{r}}$

A5) El terremoto de Illapel, sentido en Concepción a unos ~ 600 km lejos, llegó como un movimiento suave de largo periodo.

(a) [2 pts] ¿Qué tipo de onda / fase sísmica probablemente se sintieron?

Superficie

(b) [3 pts] Explique el razonamiento de su respuesta al parte (a) con el uso de ecuaciones.

amplitud de onda que mas lento con la distancia que para ondas de cuerpo

A6) [5 pts] La figura A6 muestra una onda incidente en una interfase sólido-líquido. ¿Cuáles son las ondas 1, 2, 3 y 4? Dibuje lo que pasa cuando el rayo 4 llega a la interfase líquido-sólido.

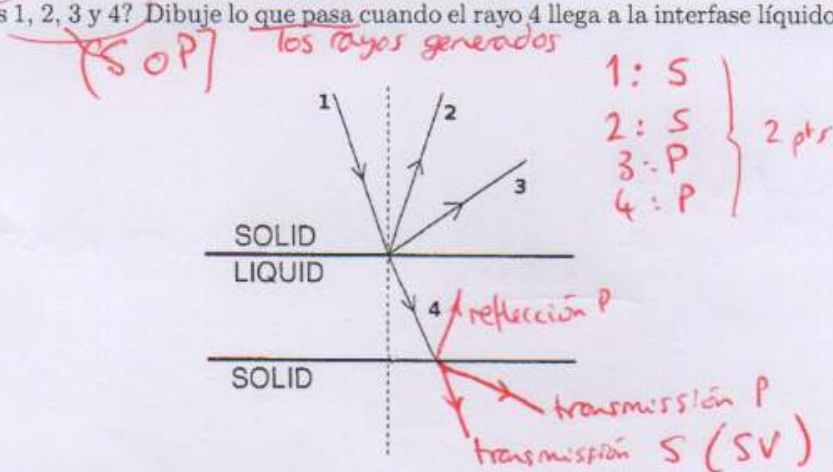


Fig A6: Onda incidente en una interfase.

A7) [5 pts]

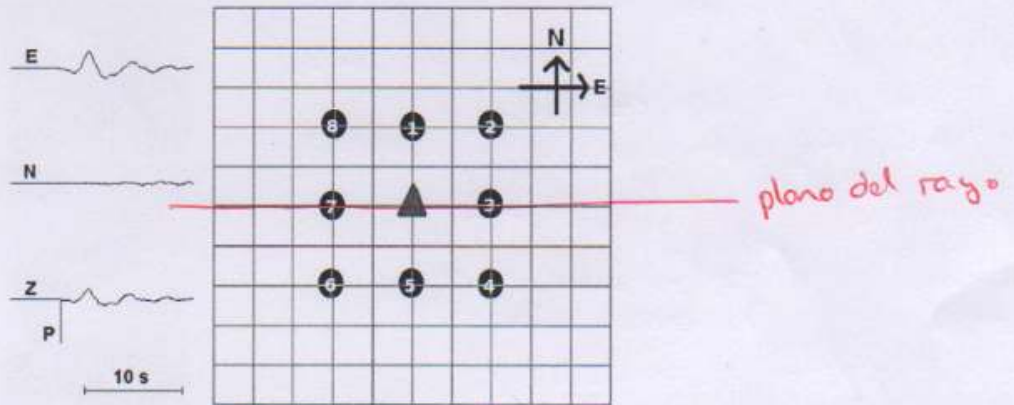


Fig A7. Izquierda: Sismograma mostrando onda P, tres componentes. Derecha: Mapa con la estación (triángulo) y 8 posibles locaciones para el sismo.

La figura A7 muestra la llegada de una onda P a una estación sísmica. Hay 3 componentes: E (positivo es hacia el este, negativo hacia el oeste), N (positivo es hacia el norte, negativo hacia el sur) y Z (vertical). También hay un mapa con la estación en el centro y 8 posibles locaciones para el sismo. ¿Que locación es lo más probable para el movimiento registrado en la estación? De una razón para su respuesta.

Energía P en componentes E-Z \Rightarrow plano del rayo es E-Z.
 Sismo tiene que originar en este rayo \Rightarrow posición 3 o 7 (hay que identificar los dos para los 5 pts).

Sección B [Elija 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B1) [12.5 pts total]

La ley de Fourier de conducción dice

$$\mathbf{q} = -k\nabla T$$

(a) [1.5 pts] ¿Qué representa \mathbf{q} y cuáles son sus unidades?

Flujo de calor (energía/segundo/area)
 $\Rightarrow \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$

La ecuación de conducción dice

$$\rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q} + A \quad (4)$$

A es la producción de calor en $[\text{W}/\text{m}^3]$.

$$\rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot (-k\nabla T) + A$$

(b) [2 pts] Muestre que las ecuaciones (3) y (4) se pueden combinar para formar

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \left(\frac{k}{\rho C_P} \right) \nabla^2 T + A$$

κ (5)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \nabla^2 T$$

¿Qué suposición se requiere?

$A = 0$, no genera calor/energía al medio.

(c) [2 pts] La difusividad térmica, κ , tiene unidades de $[\text{m}^2/\text{s}]$. Use análisis dimensional para definir un tiempo de difusión.

$$(L = \sqrt{\kappa \tau}) \Rightarrow \tau = \frac{L^2}{\kappa}$$

(d) [3 pts] Calcule el tiempo de difusión (en unidades de millones de años) para una corteza continental, con espesor de 35 km, hecho de granito con $\kappa \approx 1 \times 10^{-6} [\text{m}^2/\text{s}]$. Explique lo que representa este valor.

$$\frac{(35000)^2}{1 \times 10^{-6}} = 1.225 \times 10^{15} [\text{s}] \div 365 \times 24 \times 3600 = 39 \times 10^6 \text{ años} \approx 40 \text{ Ma}$$

(e) [4 pts] Paleo-observaciones indican que anomalías térmicas (grandes flujos de calor) emitidas del núcleo externo pueden pasar el manto (espesor 2890 km) y la corteza (espesor 35 km) en unos 50 millones de años, llegando a la superficie de la Tierra en la forma de grandes erupciones volcánicas. Use su respuesta a la parte (d) para estimar el tiempo en que la anomalía térmica demora atravesar el manto, y explique por qué este valor es distinto de lo que sugeriría el tiempo de difusión para el manto.

$$50 - 40 \Rightarrow 10 \text{ Ma! (sube bastante rápido)}$$

tiempo de difusión es mayor que eso, pero no importa porque

hay convección en el manto

\Rightarrow eqn. de difusión no se aplica!

Sección B [Elija 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B2) [12.5 pts total]

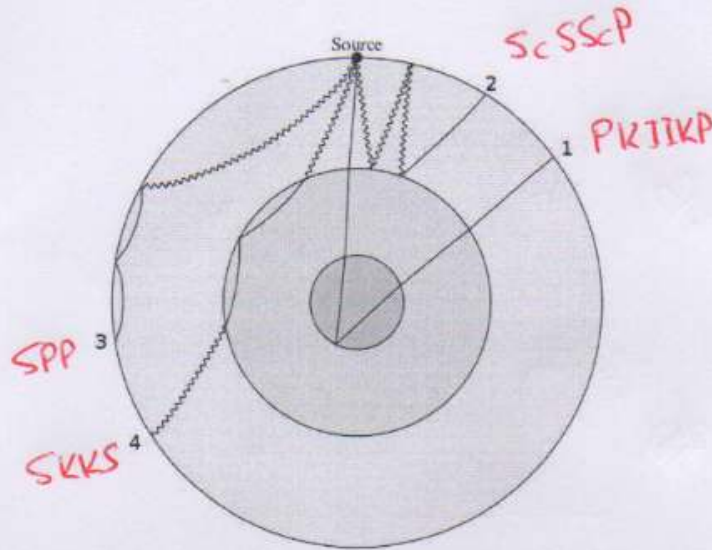


Fig B2a: Cuatro fases sísmicas dibujadas. Líneas rectas son rayos de ondas compresionales. Líneas curvadas son rayos de ondas de cizalle.

(a) [0.5 pts] Identifique las tres secciones de la Tierra mostradas en la figura B2a.

Núcleo Interno / Núcleo Externo / Manto!

(b) [4 pts] Escriba la nomenclatura de las cuatro fases sísmicas mostradas en la figura B2a.

(c) [5 pts] En la figura B2b de las curvas de tiempo de viaje de algunas fases sísmicas:

(i) ¿Qué significa Delta ($^{\circ}$)? *Distancia $1^{\circ} \approx 111 \text{ km}$*

(ii) ¿Por qué llegan fases a $\Delta = 0^{\circ}$ muchos minutos después del terremoto?

PcP etc. Reflexiones. Vuelven al epicentro

(iii) La curva para la fase PcS no es mostrada en la figura. ¿Dónde debería estar?

Simetría \Rightarrow en la misma posición que ScP

(d) [3 pts] Use las curvas de tiempo de viaje para identificar las fases marcadas con flechas en el sismograma en figura B2c.

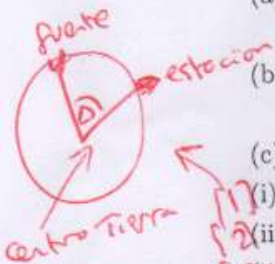
Dist = 80°

mide los tiempos.

*P
PP
S [or SP]
SS*

PKKP (maybe)

or PKP Rayleigh - [will accept SKKS] for $\frac{1}{2}$



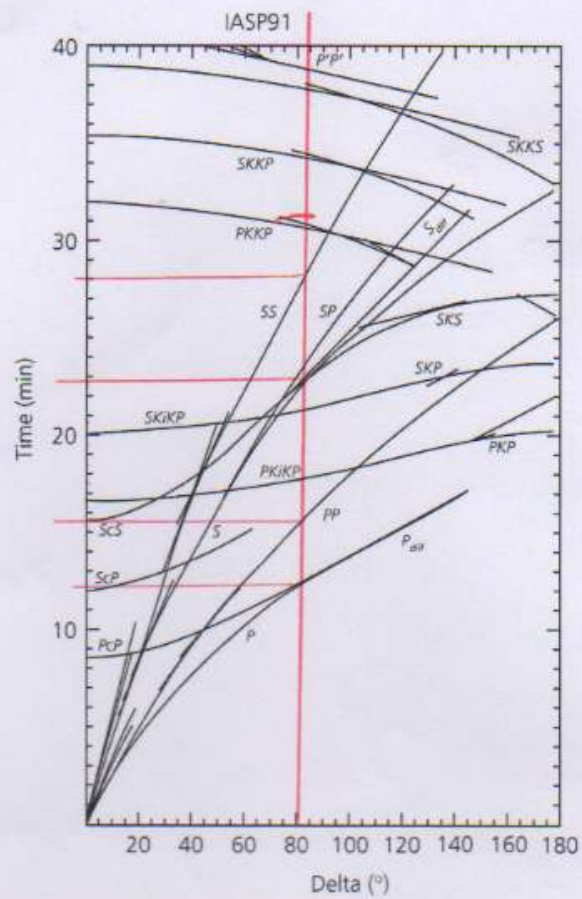


Fig B2b: Curvas de tiempo de viaje para unas fases sísmicas.

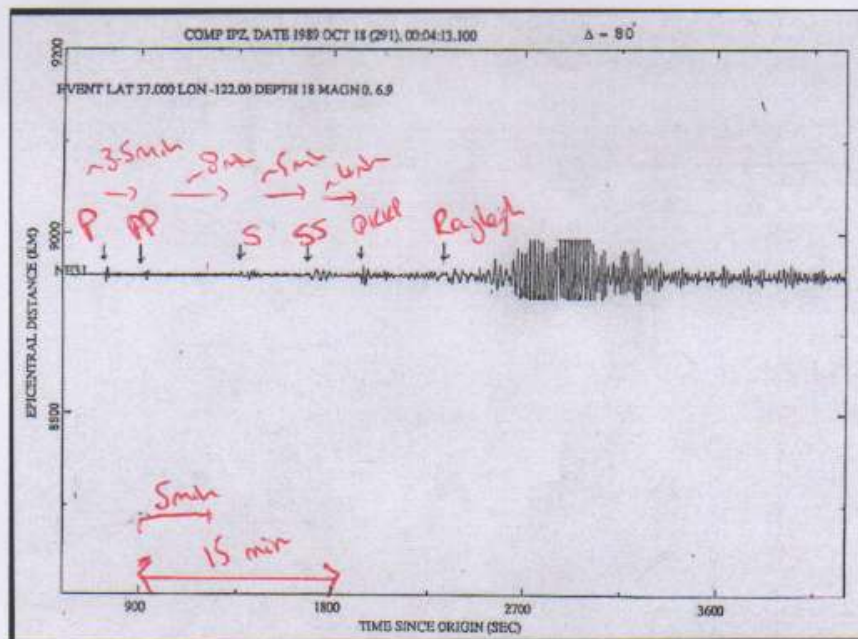


Fig B2c: Sismograma del terremoto de Loma Prieta en California (1989), registrado a una estación 80° del epicentro (componente vertical).

Sección B [Elija 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B3) [12.5 pts total]

La ecuación de ondas para la onda P es

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \alpha^2 \nabla^2 \Phi \tag{6}$$

(a) [0.5 pts] ¿Qué representa Φ ? *Potencial onda P*

(b) [4 pts] Muestre que, usando separación de variables, se puede encontrar una solución exponencial de forma

$$\Phi = (A_1 + iA_2)e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)} \tag{7}$$

y escriba la relación entre α , ω , y $|\mathbf{k}|$.

(c) [4 pts] Para una oscilación que tiene $\Phi = 0$ en posición $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ a $t = 0$, ¿qué restricciones existen sobre A_1 y A_2 ?

$A_1 = 0$! para esta solución porque $0 = \text{Re}\{A_1 + iA_2\}$

(d) [4 pts] Muestre que la solución exponencial (ecuación 7) corresponde a una oscilación escrita en la forma de

$$\Phi = A \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t + f) \tag{8}$$

y encontrar la relación entre A_1 , A_2 , A y f . *$\Phi = A \sin(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t) \cos f + A \cos(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t) \sin f$*

las siguientes fórmulas pueden ayudar:

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$

$$\sin(X + Y) = \sin X \cos Y + \cos X \sin Y$$

(b) $\alpha^2 \nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0 \Rightarrow \frac{1}{X} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \frac{1}{Y} \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} + \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} - \frac{1}{\omega^2} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = 0$

$\Rightarrow X = \text{cte} \cdot e^{\pm i k_x x}$ etc... $T = \text{cte} \cdot e^{\pm i \omega t}$
 $\Rightarrow \Phi = \frac{\text{cte}}{\text{número complejo}} e^{i(\pm k_x x \pm k_y y \pm k_z z \pm \omega t)}$
 $\Rightarrow \Phi = (A_1 + iA_2) e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)}$

*$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 - \frac{\omega^2}{\alpha^2} = 0$
 $\omega = \alpha |\vec{k}|$*

elige para que propague en dirección \vec{k} en tiempo positivo

(d) $\Phi = (A_1 + iA_2) \cos(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t) + (A_1 + iA_2) i \sin(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)$

HAY QUE TOMAR PARTE REAL

$\therefore \text{Re}\{\Phi\} = A_1 \cos(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t) - A_2 \sin(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)$

$\Rightarrow A \sin f = A_1$ // $A_1^2 + A_2^2 = A^2$ // $A \cos f = -A_2$ // $\tan f = -\frac{A_1}{A_2}$

Comprobar

Sección B [Elija 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B4) [12.5 pts total]

(a) [2.5 pts] Explique la ley de Snell:

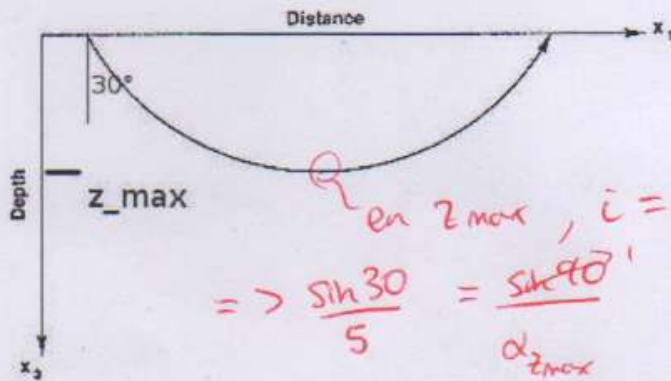
Ángulo del rayo con la vertical (constante, parámetro del rayo)
 $\frac{\sin i}{c} = p$
Velocidad del medio

(9)

(b) [5 pts] Un planeta tiene una variación de velocidad P dada por:

$$\alpha = 5 + 0.1z \text{ [km/s]} \tag{10}$$

con z la profundidad en [km]. Para una onda P que sale de la superficie de este planeta, con un ángulo de 30° con la vertical, ¿hasta qué profundidad máxima (z_{max}) llega?



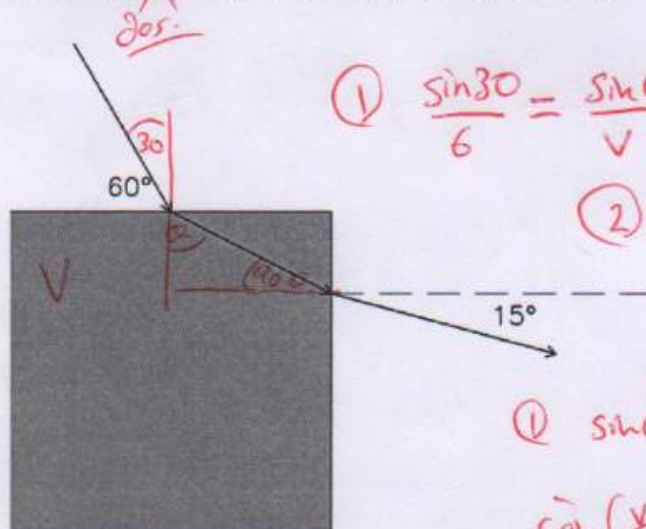
en z_{max} , $i = 90^\circ$

$$\Rightarrow \frac{\sin 30}{5} = \frac{\sin 90}{\alpha_{z_{max}}} \Rightarrow \alpha_{z_{max}} = \frac{5}{\sin 30} = 10 \text{ km/s}$$

$$\therefore 5 + 0.1 \cdot z_{max} = 10$$

$$z_{max} = \frac{5}{0.1} = 50 \text{ [km]}$$

(c) [5 pts] Una onda P en un medio con velocidad de 6 km/s viaja por una estructura de forma de una "esquina" como muestra la figura B4, con sus ángulos de entrada y salida anotados en la figura. Escriba una fórmula que relaciona los diferentes ángulos y velocidades, y calcule la velocidad de la onda P dentro del medio con forma de una "esquina".



30°

$$\textcircled{1} \frac{\sin 30}{6} = \frac{\sin \theta}{V}$$

60°

$$\textcircled{2} \frac{\sin(90 - \theta)}{V} = \frac{\cos \theta}{V} = \frac{\sin 15}{6}$$

$$\textcircled{1} \sin \theta = \frac{V}{12} \quad \textcircled{2} \cos \theta = \frac{V}{23.182}$$

$$\textcircled{1} \left(\frac{V}{12}\right)^2 + \left(\frac{V}{23.182}\right)^2 = 1$$

15°

$$\textcircled{2} \tan \theta = \frac{V}{12} \div \frac{V}{23.182} = \frac{23.182}{12}$$

$\therefore \theta = 62.6^\circ$ (no requerido)

$\therefore v = 12 \sin \theta = 10.657 \approx 10.7 \text{ km/s}$

Fig B4: Onda P pasando por una estructura de forma de una "esquina".