

Geofísica de la Tierra Sólida 2012 - Certamen 1

2 horas

Importante: Hay que elegir 5 de las 7 preguntas de la sección A, y elegir 2 de las 4 preguntas en la sección B.

La sección A consta de 25 puntos, la sección B de 25.

Sección A [Elige 5 de las 7 preguntas. Todas las preguntas constan de 5 pts (=50% en total)]

A1)

(a) [2 pts] ¿Cuál es la diferencia entre la frontera litosfera-astenosfera y la frontera corteza-manto?   
 → cambio composicional entre rocas / cambio en velocidad sísmica

CAMBIO ENTRE PLACA RÍGIDA Y MATERIAL QUE SE PUEDE DEFORMAR (VISCOELÁSTICA)

(b) [3 pts] La astenosfera de la Tierra se llama "viscoelástica". Indique la evidencia para su comportamiento (i) viscoso y (ii) elástico.

(i) CONVECCION EN EL MANTO / BULTO ECUATORIAL / REGISTE POST GLACIAL  
 (ii) ONDAS S PASAN POR EL MEDIO => TIENE RIGIDEZ

A2)

(a) [2 pts] ¿Qué es el momento de inercia? ¿Que unidades tiene?

→ medida de la resistencia de un cuerpo a cambios en la rotación  $I = \sum MR^2$  ← radio perpendicular a un eje [kg m<sup>2</sup>]

(b) [3 pts] Una esfera homogénea tiene  $I = 0.4MR^2$ . Explique por qué el momento de Inercia de la Tierra es menor que eso:  $I_{Tierra} = 0.33M_{Tierra}R_{Tierra}^2$ ; y por qué el momento de Inercia del Sol es mucho menor que eso:  $I_{Sol} = 0.059M_{Sol}R_{Sol}^2$ .

Tierra - tiene un núcleo mas denso en su centro  
 Sol - gas, entonces hay mucha compresión y la densidad aumenta rápidamente con profundidad

A3)

La parte no-rotacional del potencial gravitacional puede ser representado usando armónicos esféricos:

$$U(r, \theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left\{ \left( \frac{1}{r} \right)^{l+1} \right\} [A_l^m \cos m\phi + B_l^m \sin m\phi] P_l^m(\cos \theta)$$

(a) [2 pts] ¿Qué factores influyen en la elección del parte radial?

condiciones de borde, afuera de la distribución de masa,  $u \rightarrow 0$  cuando  $r \rightarrow \infty$

(b) [3 pts] ¿Cuál es la coeficiente  $A_0^0$ , en términos del constante gravitacional y las propiedades de la Tierra?

$$u = \frac{A_0^0}{r} \quad \therefore A_0^0 = -GM \quad \left( \text{para la masa puntual de la Tierra } u = -\frac{GM}{r} \right)$$

A4)

(a) [2 pts] ¿Qué es el esferoide de referencia en geodesia?

→ Es una superficie hipotética que aproximadamente represente el geoide para una Tierra con simetría rotacional con una variación suave de  $u$  con latitud.

(b) [3 pts] ¿Qué propiedades de la Tierra influyen la esferoide de referencia?

masa puntual  
 tasa de rotación,  
 bulto ecuatorial



Sección A [Elige 5 de las 7 preguntas. Todas las preguntas constan de 5 pts (=50% en total)]

A5)

- (a) [2 pts] ¿Cuales son los marcos de referencia geográfico y geomagnético para la Tierra?  
 (b) [3 pts] ¿Cómo es posible que las mediciones paleomagneticas pueden estar en el marco geográfico?

el eje vertical es el eje de giro de la Tierra  
 el eje vertical es el eje de la aproximación dipolar del campo magnético.

VARIACIÓN SECULAR - ~~es~~ <sup>en</sup> una escala de <sup>tiempo de</sup> miles de años el promedio del campo geomagnético toma la forma de un dipolo axial alineado con el eje de rotación

A6) La ecuación de inducción magnética es:

(Suposición dipolo axial)

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{H}) + \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla^2 \mathbf{H}$$

- (a) [2 pts] ¿Dónde se aplica esta ecuación? <sup>En un conductor que está moviéndose</sup>  
 (b) [3 pts] Explique lo que representan los dos términos en el lado derecho de la ecuación: <sup>En el núcleo de la Tierra por ejemplo</sup>

$\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{H})$  y  $\frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla^2 \mathbf{H}$

advección de las líneas del campo magnético por el flujo  $\mathbf{v}$

diffusión del campo magnético (en tiempo y espacio) por su distribución en el conductor.

A7) [5 pts] Explique la forma del espectro de potencia del campo geomagnético en la superficie de la Tierra.

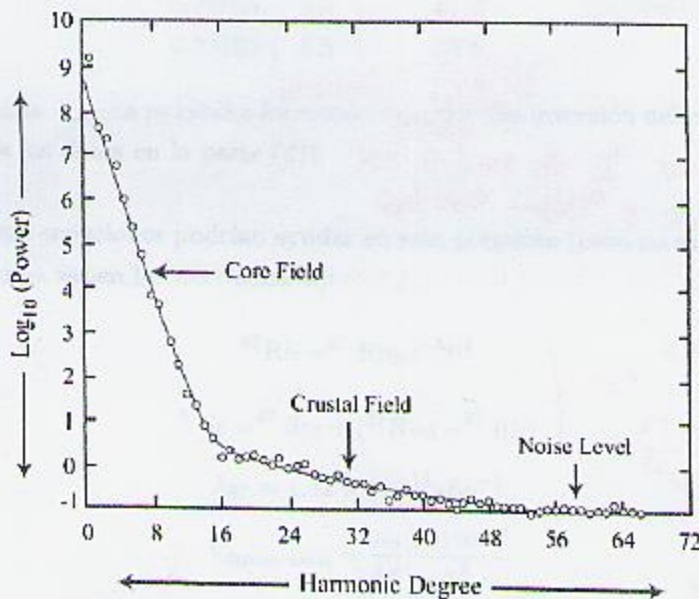


Figura: Potencia normalizada en los esféricos armónicos del campo interno geomagnético.

menciona  $l=1$ , dipolo, mayor potencia.

mayor orden  $(l) \Rightarrow$  los armónicos representan estructuras mas y mas finitas.

$l=1 \rightarrow \approx 14$ , estructura gran-escala del campo, ~~este~~ este es producido en el núcleo

$l=14 \rightarrow \approx 50$ , estructura mas finita del campo, asociada con la magnetización de la corteza

2 diferentes pendientes  $\Rightarrow$  dos fuentes del campo, a diferentes profundidades (corteza, manto)  
 ruido  $\rightarrow$  al limite de instrumentación en estas escalas.



Sección B [Elige 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B1) [12.5 pts total]

- (a) [0.5 pts] ¿Que es la temperatura de Curie?   
 Temp límite para: - Magnetización permanente  
 - relojes radiométricos
- (b) [2 pts] ¿Qué son la inclinación y declinación del campo geomagnético?   
 > ángulo con el horizontal hacia abajo  $\frac{V}{B}$   
 > ángulo entre  $\vec{B}_{horizontal}$  y el N geográfico
- (c) [2 pts] ¿Qué errores pueden existir cuando uno se mide la inclinación y la declinación de la magnetización de una roca en un sitio?   
 • doblamiento/rotación del estrato  
 • malas mediciones  
 • la roca no está en su posición inicial (maybe derivación secular)
- (d) [6 pts] Mediciones radiométricas y paleomagnéticas eran tomados de cinco muestras de una capa ígnea que se formó por una secuencia de erupciones durante 20,000 años. Use los siguientes datos para estimar la edad de la roca en el sitio, y la latitud del sitio cuando se formó la roca.

$\frac{^{87}\text{Sr}}{^{86}\text{Sr}}$	$\frac{^{87}\text{Rb}}{^{86}\text{Sr}}$	Inclinación [°]
0.71254	2.2	-56.4
0.72109	3.7	-62.3
0.72394	4.2	-59.7
0.72565	4.5	-61.2
0.73135	5.5	-57.0

promedio -59.32

- (e) [2 pts] Si la capa de roca se estaba formando durante una inversión del campo magnético, ¿como cambiaría los datos en la parte (d)?   
 los valores de I varían fuertemente entre  $\approx -60^\circ$  y  $\approx +60^\circ$

p.d. Los siguientes ecuaciones podrían ayudar en esta pregunta (pero no es necesario usarles explícitamente si ya saben las derivaciones):

$$^{87}\text{Rb} = ^{87}\text{Rb}_0 e^{-\lambda_{87}t}$$

$$^{87}\text{Sr} = ^{87}\text{Sr}_0 + (^{87}\text{Rb}_0 - ^{87}\text{Rb})$$

$$\lambda_{87} = 1.42 \times 10^{-11} \text{ año}^{-1}$$

$$V_{\text{dipolo axial}} = \frac{\mu_0 |\mathbf{m}| \cos \theta}{4\pi r^2}$$

$$\nabla = \hat{r} \frac{\partial}{\partial r} + \hat{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \hat{\phi} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi}$$

$$\Rightarrow ^{87}\text{Sr} = ^{87}\text{Sr}_0 + (^{87}\text{Rb}_0 e^{-\lambda_{87}t} - ^{87}\text{Rb}_0)$$

$$\frac{^{87}\text{Sr}}{^{86}\text{Sr}} = \left(\frac{^{87}\text{Sr}_0}{^{86}\text{Sr}_0}\right) + \left(\frac{^{87}\text{Rb}_0}{^{86}\text{Sr}_0}\right) [e^{-\lambda_{87}t} - 1]$$

$$\approx \lambda_{87}t$$

pendiente  $\approx \frac{\Delta y}{\Delta x} \approx \lambda_{87}t$

$$\frac{0.73135 - 0.71254}{5.5 - 2.2} = \lambda_{87}t$$

$$\lambda_{87}t = 5.7 \times 10^{-3}$$

$t \approx 400$  millon años

$\tan I = 2 \tan \lambda$

I promedio  $\Rightarrow \lambda$  en marco geográfico   
 $\lambda \approx -40^\circ$  (suponiendo el campo era "normal")



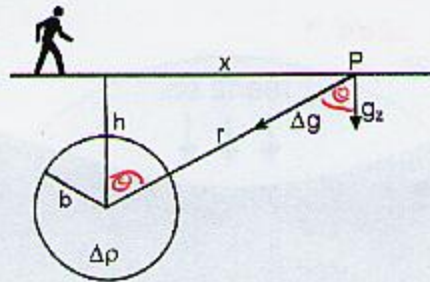
Sección B [Elige 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B2) [12.5 pts total]

(a) [0.5 pts] ¿Qué es una anomalía de gravedad?

Valor observado - Valor g (referencia)

(b) [6 pts] Calcule la anomalía de gravedad en la posición P,  $\Delta g_z$ , debido a una esfera, radio b, densidad  $\rho_1$ , enterrada con su centro a una profundidad h en un medio de densidad  $\rho$ .



$$\begin{aligned} \Delta g_z &= \Delta g \cos \theta \\ &= \frac{G \Delta M}{r^2} \cos \theta \\ &= \frac{G (\rho_1 - \rho) \frac{4}{3} \pi b^3 h}{(x^2 + h^2)^{3/2}} \cos \theta \end{aligned}$$

Figura: Esfera enterrada. La posición P es una distancia x del punto en la superficie directamente encima del centro de la esfera.

$$= \frac{4 G \Delta \rho \pi b^3 h}{3 (x^2 + h^2)^{3/2}}$$

(c) [6 pts] Una medición de gravedad en la cima de un volcán, a una altura de 1000 metros, es  $g_{obs} = 9.80587 \text{ ms}^{-2}$ . El valor de referencia en la región, en la superficie del mar, es  $g_{ref} = 9.80790 \text{ ms}^{-2}$ . Use las correcciones de aire libre y de Bouguer:

$$dg_{FA} = -\frac{2hg_0}{R_{Tierra}} \quad dg_B = 2\pi G \rho h$$

junto con los siguientes valores:

$$\rho_{roca} = 2800 \text{ kgm}^{-3}, \rho_{magma} = 2200 \text{ kgm}^{-3}, R_{Tierra} = 6371 \text{ km}, G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$$

Para calcular el radio de la cámara de magma si esta a 6 kilómetros de profundidad. (Se puede estimar la cámara de magma como una esfera).

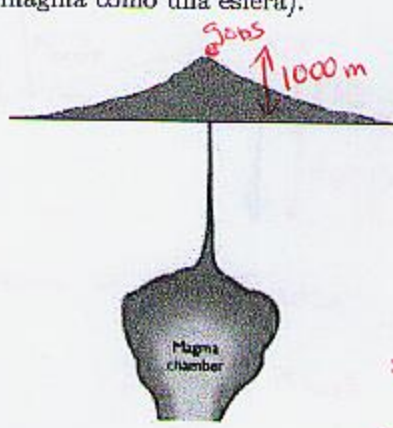
@ x = 0

$$b^3 = \frac{3 \Delta g_z h^2}{4G(\rho_1 - \rho_2) \pi}$$

$$b^3 = \frac{3 \times 1.25 \times 10^{-4} \times 6000 \times 6000}{4 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 600 \times \pi}$$

$$b^3 = 2.68439 \times 10^{10}$$

$$b = 2994 \text{ m} \approx 3 \text{ km}$$



$$\begin{aligned} \Delta g_z &= g_{obs} - g_{ref} - 2\pi G \rho h + \frac{2hg_0}{R_{Tierra}} \\ &= g_{obs} - g_{ref} - h \left( 2\pi G \rho - \frac{2g_0}{R_{Tierra}} \right) \\ &= g_{obs} - g_{ref} - 1000 \left( 2\pi \cdot 6.67 \times 10^{-11} \cdot 2800 - \frac{2 \cdot 9.80790}{6371000} \right) \\ &= g_{obs} - g_{ref} - 1000 (1.17344 \times 10^{-6} - 3.07892 \times 10^{-6}) \\ &= 9.80587 - 9.80790 + 1.90548 \times 10^{-3} \\ &= -2.03 \times 10^{-3} + 1.90548 \times 10^{-3} \\ &= -1.25 \times 10^{-4} \text{ ms}^{-2} \end{aligned}$$



Sección B [Elige 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B3) [12.5 pts total]

(a) [0.5 pts] ¿Cuál es la definición de la litosfera?

Capa / placa rígida encima la Tierra (corteza + manto superior)

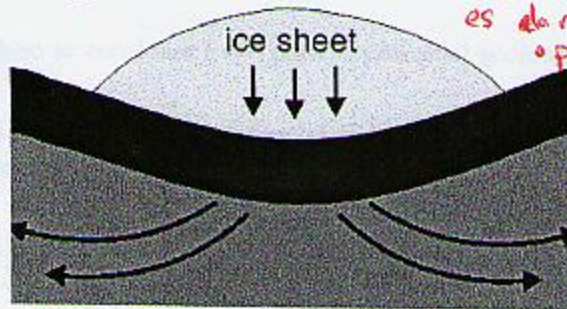
(b) [6 pts] Explique el principio de isostasia, que dimensiones de cargas están compensadas, y el proceso del rebote post-glacial.

≈ espesor de una placa ≈ 100-200 km

→ equilibrio de presión a un cierto profundidad en el manto

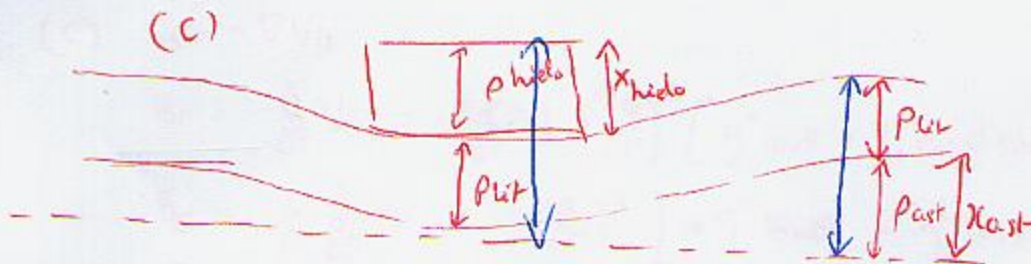
• masa en diferentes columnas de la Tierra es la misma  
• presión constante en el base de la litosfera.

- hielo deprime la litosfera.
- deshielo => menor presión bajo la región
- entonces flujo de la astenosfera para compensar, hacia la zona
- rebote de la región + diagramas!



(c) [4 pts] Groenlandia tiene un campo de hielo con un espesor de ~2 km. Si Groenlandia perderá 10% de su hielo en los próximos 50 años, calcule el monto de levantamiento (en metros) que subirá Groenlandia debido a este deshielo parcial. ¿Cuál será la tasa de levantamiento en metros por año? ( $\rho_{hielo} = 900 \text{ kgm}^{-3}$ ,  $\rho_{manto} = 3300 \text{ kgm}^{-3}$ ).

(d) [2 pts] La tasa de levantamiento actual después de un deshielo es del orden de 1 cm por año. Explique por qué existe una diferencia entre este valor y la tasa calculada en la parte anterior.



en equilibrio,

$$\rho_{hielo} \times x_{hielo} = \rho_{ast} \times x_{ast}$$

$$x_{ast} = \frac{\rho_{hielo}}{\rho_{ast}} \times x_{hielo}$$

para 10% del hielo, es una capa con espesor de 200m, la deformación de la placa debido a este parte del hielo es:

$$x_{ast,10\%} = \frac{900}{3300} \times 200 \approx 54 \text{ m}$$

=> tasa de levantamiento de ≈ 1 m/año

la astenosfera es muy viscosa

=> el flujo es muy lento, del orden de ≈ centímetros por año.

=> cualquier rebote postglacial ocurre a esta tasa de velocidad, no importa si el deshielo es más rápido que eso



## Sección B [Elige 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B4) [12.5 pts total]

Considere la expansión armónica esférica del potencial geomagnético para el campo interno:

$$V = a \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{a}{r}\right)^{l+1} (g_l^m \cos m\phi + h_l^m \sin m\phi) P_l^m(\theta)$$

Note que  $\theta$  y  $\phi$  son los ángulos en el marco de referencia geográfico en esta expresión.

- (a) [0.5 pts] ¿Por qué no se considere  $l = 0$  para el potencial geomagnético? *no hay monopolos magnéticos (o equivalente)*
- (b) [3 pts] ¿Cuál es la expresión para el potencial dipolar en términos de los armónicos? (Use  $P_1^0(\theta) = \cos \theta$ , y  $P_1^1(\theta) = \sin \theta$ ).
- (c) [5 pts] Use  $\nabla = \hat{r} \frac{\partial}{\partial r} + \hat{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \hat{\phi} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi}$ , y  $\mathbf{B} = -\nabla V$ , para calcular los componentes del campo dipolar de la Tierra:  $B_r$ ,  $B_\theta$ ,  $B_\phi$ .
- (d) [4 pts] Use las coeficientes de Gauss en la tabla para calcular  $B_r$ ,  $B_\theta$  y  $B_\phi$  en la superficie de la Tierra a  $0^\circ$  latitud,  $0^\circ$  longitud.

$g_1^0$	-30001 nT
$g_1^1$	-1950 nT
$h_1^1$	5634 nT

$$(b) V_0 = a \left(\frac{a}{r}\right)^2 [g_1^0 \cos \theta + g_1^1 \cos \phi \sin \theta + h_1^1 \sin \phi \sin \theta]$$

$$(c) \mathbf{B} = -\nabla V_0$$

$$B_r = -\frac{\partial}{\partial r} V_0 = 2 \left(\frac{a}{r}\right)^3 [g_1^0 \cos \theta + g_1^1 \cos \phi \sin \theta + h_1^1 \sin \phi \sin \theta]$$

$$B_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} V_0 = \left(\frac{a}{r}\right)^3 [g_1^0 \sin \theta - g_1^1 \cos \phi \cos \theta - h_1^1 \sin \phi \cos \theta]$$

$$B_\phi = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} V_0 = \left(\frac{a}{r}\right)^3 [g_1^1 \sin \theta - h_1^1 \cos \theta]$$

$$(d) \theta = 90^\circ \Rightarrow \cos \theta = 0, \sin \theta = 1 \quad / r = a \text{ (superficie de la Tierra)}$$

$$\phi = 0^\circ \Rightarrow \cos \phi = 1, \sin \phi = 0$$

$$\therefore B_r = 2 [g_1^0] = -30001 \text{ nT}, \quad B_\theta = [g_1^0] = -30001 \text{ nT}$$

$$B_\phi = [-h_1^1] = -5634 \text{ nT}$$

I think.