MATT - PAUTA (APROXIMADA) DE CORRECCIÓN.

Geofísica de la Tierra Sólida 2011 - Certamen 2

Note: comentarios/calculaciones adiciondes por los alumnos reciben crédito si están observaciones inteligentes.

2 horas

Importante: Hay que elegir 5 de las 7 preguntas de la sección A, y elegir 2 de las 4 preguntas en la sección B.

La sección A consta de 25 puntos, la sección B de 25.

Sección A [Elige 5 de las 7 preguntas. Todas las preguntas constan de 5 pts (=50% en total)]

A1)

(a) [2 pts] El tensor de tensión esta dada por:

$$\epsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{pmatrix}$$

i, dirección del vector normal de la superficie
j, dirección de la deformación

¿que representan los subíndices iy j?

(b) [3 pts]

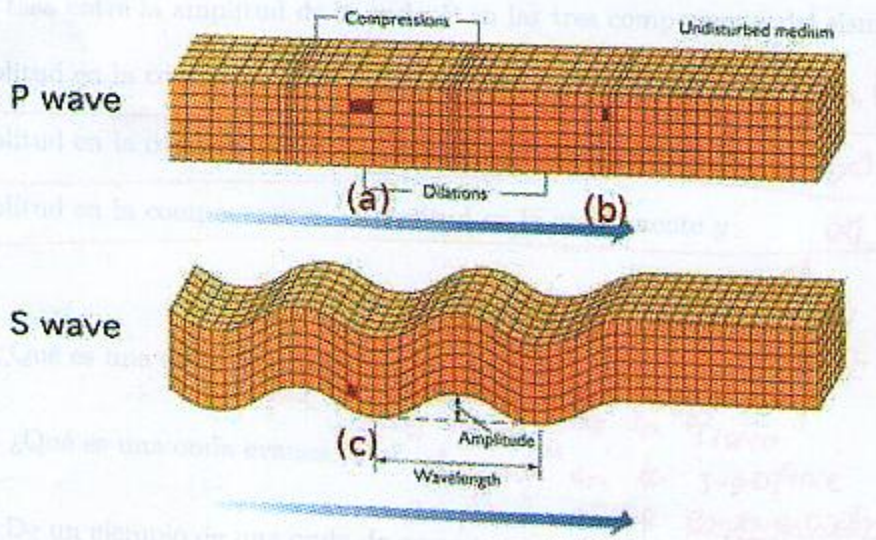


Fig A1: El cambio en la forma de los elementos de volúmen cuando pasa una onda-P y una onda-S.

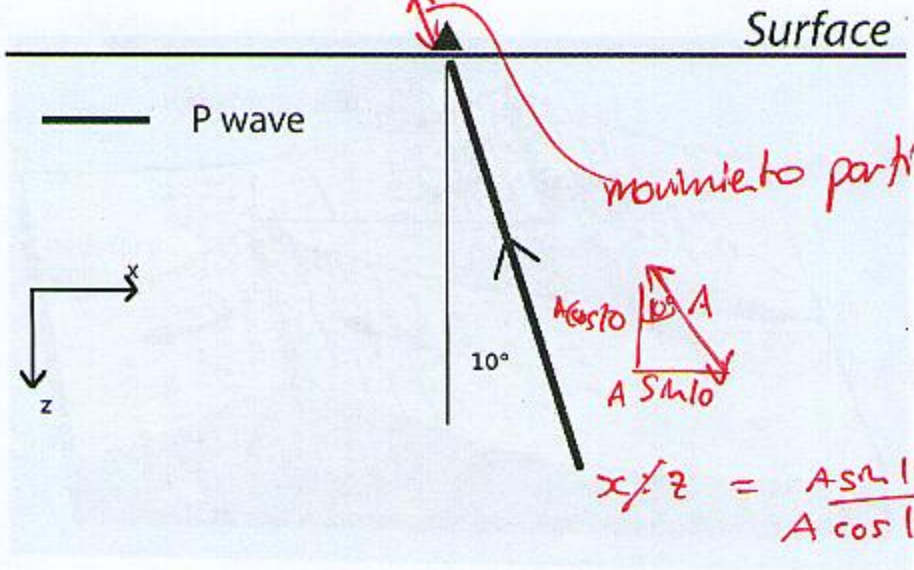
La figura muestra ondas-P y S pasando por un medio. ¿Cuál es ϵ_{ii}, es decir $\epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33}$, para los elementos de volúmen marcados en rojo (positivo, negativo, o cero)?

- (a) Una dilatación por la onda-P. +
- (b) Una compresión por la onda-P. −
- (c) Una deformación de cizalle por la onda-S. Cero

$\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$ es Δ, la dilatación cúbica. Representa el cambio en volúmen del elemento de volúmen

A2)

[5 pts] La figura muestra una onda-P en el plano $x - z$ llegando a un sismómetro de tres componentes (x, y, z). El ángulo del rayo con la vertical es de 10°, y el medio es homogéneo e isotrópico.



$x/z = \frac{A \sin 10}{A \cos 10} = \tan 10$

Fig A2: Onda-P llegando a un sismómetro.

Calcule la tasa entre la amplitud de la onda-P en las tres componentes del sismómetro.

- Amplitud en la componente x : Amplitud en la componente z — $\tan 10° = 0,176$ 3pts
- Amplitud en la componente x : Amplitud en la componente y — ∞ 1pt
- Amplitud en la componente z : Amplitud en la componente y — ∞ 1pt

onda P esta en el plano x-z.

A3)

(a) [1 pt] ¿Qué es una onda de cuerpo?

.. onda que viaja dentro de un cuerpo? viajen dendro de la Tierra?

(b) [2 pts] ¿Qué es una onda evanescente?

atrapada en la superficie amplitud decae exponencialmente con profundidad

Amp

(c) [2 pts] De un ejemplo de una onda de cuerpo, y un ejemplo de una onda evanescente, en sismología.

P, S, Rayleigh, Love ?

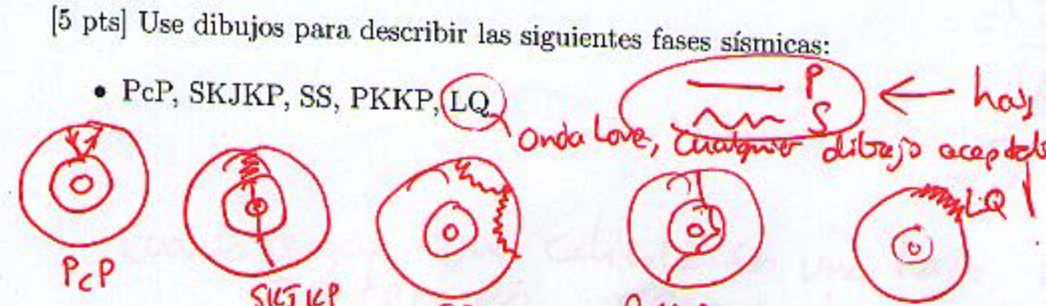
A4)

[5 pts] Use dibujos para describir las siguientes fases sísmicas:

- PcP, SKJKP, SS, PKKP, LQ

P S ← hay que mostrar una diferencia entre P y S.

onda Love, cualquier dibujo aceptable si entienden eso.



A5)

La figura muestra una falla transformante en el océano, entre dos secciones de dorsal mid-oceánica.

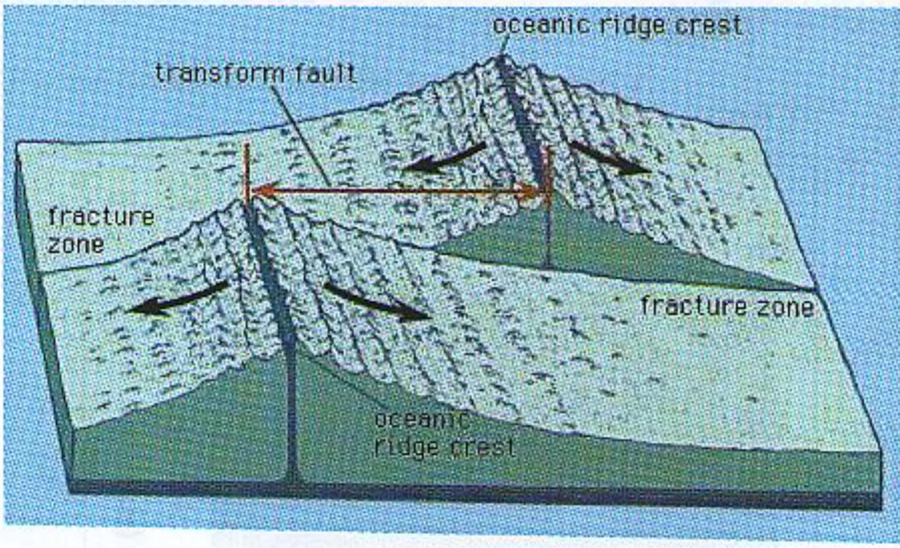


Fig A5: Una falla transformante en el océano.

[5 pts] Explique en detalle ¿por qué existen fallas transformantes en los océanos?

① Placas mueven como rotaciones encima una esfera
② Polo de Euler - polo ~~de rotación~~ (3D)
③ ~~velocidad,~~ tasa de separación varía con distancia al Polo de rotacion
④ Entonces dorsales se separan en líneas perpendiculares
⑤ Batimetria de los oceanos cambia con distancia del dorsal
⑥ movimiento de desgarre entremedio las dos secciones de dorsal
⑦ grafico de vectores

A6)

La ecuación de difusión es

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \nabla^2 T \qquad \text{(A6)}$$

(a) [1 pt] ¿~~Qué~~ Cuales son las unidades de la difusividad térmica, κ?

(b) [2 pts] Use las unidades de κ para definir la longitud de difusión, L, en términos de κ y t.

$$\kappa \approx \frac{L^2}{t}$$

$$L = \sqrt{\kappa t}$$

(c) [2 pts] Tengo una taza de cerámica ($\kappa = 4 \times 10^{-6}\,\mathrm{m^2 s^{-1}}$) que tiene lados con un espesor de 2mm. Si tengo la taza en mi mano, y la lleno con agua caliente, estime el tiempo hasta que siento un aumento de temperatura en mis dedos.

$$\text{tiempo} \approx \frac{L^2}{\kappa} = \frac{(2\times10^{-3})^2}{(4\times10^{-6})} = 1 \text{ segundo}$$

Cuando pongas agua caliente en una taza, lo sientes en approx. 1 segundo!

A7)

La ley de Fourier de conducción es

$$\mathbf{q} = -k\nabla T \approx -k\frac{\Delta T}{\Delta z}\hat{\mathbf{z}} \qquad \text{(A7)}$$

donde $\mathbf{q}$ es el flujo de calor en $\mathrm{Wm^{-2}}$

(a) [1 pt] ¿Por qué hay un signo negativo en esta ecuación?

~~temp~~ energía fluye de $T_{alta} \rightarrow T_{baja}$
(o energía fluye hasta afuera, y la Temp. aumenta hacia adentro.)

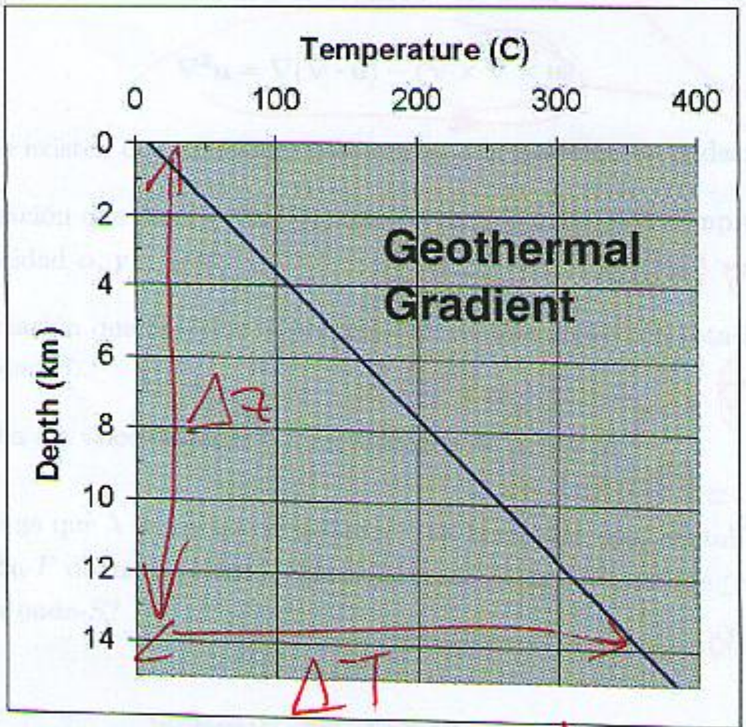


Fig A7: El geotérmo en la corteza.

(b) [4 pts] La figura muestra el aumento de temperatura con la profundidad en la corteza de la Tierra. Use la figura para estimar el flujo de calor en la superficie de la Tierra. (Use una conductividad para roca de $k = 3.0\mathrm{Wm^{-1}K^{-1}}$).

supongo línea recta

estimación no más

$$\frac{\Delta T}{\Delta z} \approx \frac{360}{14\,\mathrm{km}} \approx 26\,\frac{^\circ C}{\mathrm{km}}$$

$$\left(26\times10^{-3}\,\frac{K}{m}\right)$$

$$(2.6\times10^{-2})$$

$$q = -3.0 \times 2.6\times10^{-2}$$

$$\approx -78\ \mathrm{mWm^{-2}} \qquad (78\ \mathrm{mWm^{-2}}\ \text{hacia afuera})$$

Sección B [Elige 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B1) [12.5 pts total]

La ecuación de ondas en un medio puede ser escrito como

replazar

$$\rho\ddot{\mathbf{u}} = (\lambda + \mu)\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mu\nabla^2\mathbf{u} \qquad \text{(B1-1)}$$

(a) [2.5 pts] ¿Qué significan ∇, ρ, $\mathbf{u}$, λ y μ en esta ecuación?

grad, densidad, desplazamiento, parametros de Lamé (μ rigidez)

(b) [5 pts] Use la ecuación de ondas, y la identidad vectorial

$$\nabla^2\mathbf{u} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - (\nabla \times \nabla \times \mathbf{u}) \qquad \text{(B1-2)}$$

para mostrar que existen dos soluciones oscilatorias a la ecuación de ondas:

$\rho\ddot{u} = (\lambda+2\mu)\nabla(\nabla\cdot\bar{u}) - \mu(\nabla\times\nabla\times\bar{u})$

- (i) una ecuación que describe la propagación de una distorción compresional que viaja a una velocidad α, y
- (ii) una ecuación que describe la propagación de una distorción rotacional que viaja a una velocidad β.

Show a little more working than this

$\nabla\cdot$ $\quad \rho(\nabla\cdot\ddot{u}) = (\lambda+2\mu)\nabla^2(\nabla\cdot\bar{u})$

$\nabla\times$ $\quad \rho(\nabla\times\ddot{u}) = -\mu\nabla\times(\nabla\times\nabla\times\bar{u}) = \mu\nabla^2(\nabla\times\bar{u})$ ~~$-\nabla(\nabla\cdot\nabla\times\bar{u})$~~

$\rho(\nabla\times\ddot{u}) = \mu\nabla^2(\nabla\times\bar{u})$

(c) [2 pts] Escriba las velocidades α y β en términos de ρ, λ y μ.

$\alpha = \sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$

(d) [3 pts] Suponga que $\lambda = \mu$ y que $\alpha = 6\text{kms}^{-1}$ en la corteza continental. En Concepción, si siento una onda-P de un terremoto superficial cerca de Arauco, estime ¿en cuantos segundos más viene la onda-S?

if $\lambda = \mu$

$\alpha = \sqrt{3}\beta$

$\therefore \beta \approx 3.46$ km/s

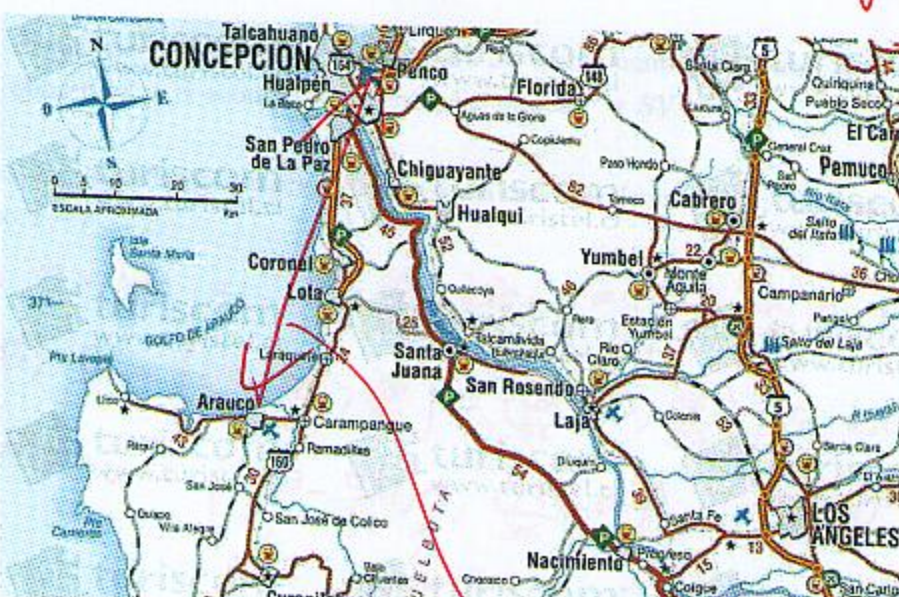


Fig B1: La distancia entre Arauco y Concepción.

dist $\approx$ 50 km

~~$t_p = \frac{50}{6}$~~ $\quad t_s - t_p = \frac{50}{3.46} - \frac{50}{6}$

$= 14.4 - 8.3 \approx 6.1\,s$

B2) [12.5 pts en total]

En sismología, podemos expresar el desplazamiento **u** como

$$\mathbf{u} = \nabla\Phi + \nabla \times \mathbf{\Psi} \tag{B2-1}$$

donde el potencial escalar Φ esta asociado con la onda-P, y el potencial vectorial $\mathbf{\Psi} = (\Psi_x, \Psi_y, \Psi_z)$ esta asociado con la onda-S.

$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial y} = 0$

(a) [4 pts] Para un rayo que se propaga en el plano $x - z$, muestre que el desplazamiento debido a una onda-P es

no hay ningun cambios con el rayo en la dirección-$\hat{y}$

$$\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z) = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}, 0, \frac{\partial \Phi}{\partial z}\right) \tag{B2-2}$$

y que el desplazamiento debido a una onda-SV es

$$\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z) = \left(-\frac{\partial \Psi_y}{\partial z}, 0, \frac{\partial \Psi_y}{\partial x}\right) \tag{B2-3}$$

(b) [3 pts] Use la definición para el tensor de estrés

$$\sigma_{ij} = \lambda\delta_{ij}(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{B2-4}$$

para mostrar que las componentes del tensor de estrés de una onda-P son

$$\begin{aligned} \sigma_{xz} &= 2\mu\frac{\partial^2\Phi}{\partial x \partial z} \\ \sigma_{yz} &= 0 \\ \sigma_{zz} &= \lambda\nabla^2\Phi + 2\mu\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} \end{aligned} \tag{B2-5}$$

(c) [3 pts] Encuentre una expresión similar para las componentes del tensor de estrés de una onda-SV, que muestra el acoplamiento entre las ondas P y SV.

(d) [2.5 pts] Explique la polarización de una onda con fase sísmica SKS, cuyo rayo se propaga en el plano $x - z$.

(c) onda SV

$\sigma_{xz} = \mu\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}\right) = \mu\left(\frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial z^2}\right)$

$\sigma_{yz} = \mu\left(\frac{\partial u_y}{\partial z} - \cancel{\frac{\partial u_z}{\partial y}}^{0}\right) = 0$

$\sigma_{zz} = \lambda(\nabla\cdot\bar{u}) + 2\mu\left(\frac{\partial u_z}{\partial z}\right) = \lambda\cancel{\left(\frac{-\partial \psi_y}{\partial x \partial z} + \frac{\partial \psi_y}{\partial z \partial x}\right)}^{0} + 2\mu\left(\frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x \partial z}\right) = 2\mu\left(\frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x \partial z}\right)$

(d) SKS, K es onda P en nucleo externo, conversión P→S en la frontera núcleo manto después es de P a solamente SV, que solamente tiene movimiento en el plano $(x-z)$

(a) $\bar{u} = \nabla\phi + \nabla\times\bar{\Psi} = \frac{\partial\phi}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial\phi}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial\phi}{\partial z}\hat{z} + \left(\frac{\partial\psi_z}{\partial y} - \frac{\partial\psi_y}{\partial z}\right)\hat{x} + \left(\frac{\partial\psi_x}{\partial z} - \frac{\partial\psi_z}{\partial x}\right)\hat{y} + \left(\frac{\partial\psi_y}{\partial x} - \frac{\partial\psi_x}{\partial y}\right)\hat{z}$

∴ para onda P (ϕ) $\bar{u} = \left(\frac{\partial\phi}{\partial x}, \frac{\partial\phi}{\partial y}, \frac{\partial\phi}{\partial z}\right) = \left(\frac{\partial\phi}{\partial x}, 0, \frac{\partial\phi}{\partial z}\right)$ [si esta propagandose en el plano x-z]

para onda SV (ψ_y) $\bar{u} = \left(\frac{\partial\psi_z}{\partial y} - \frac{\partial\psi_y}{\partial z}, 0, \frac{\partial\psi_y}{\partial x} - \frac{\partial\psi_x}{\partial y}\right) = \left(-\frac{\partial\psi_y}{\partial z}, 0, \frac{\partial\psi_y}{\partial x}\right)$ [plano x-z]

SV no tiene movimiento en la dirección $\hat{y}$, eso es SH

(b) onda P

$\sigma_{xz} = \mu\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}\right) = 2\mu\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial z}$; $\sigma_{yz} = \mu\left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \cancel{\frac{\partial u_z}{\partial y}}^{0}\right) = 0$

$\sigma_{zz} = \lambda(\nabla\cdot\bar{u}) + 2\mu\left(\frac{\partial u_z}{\partial z}\right) = \lambda\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}\right) + 2\mu\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}\right) = \lambda\nabla^2\phi + 2\mu\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}$