



513335 Geofísica de la Tierra Sólida

Presentación 20

Flujo de Calor

Versión 1.1

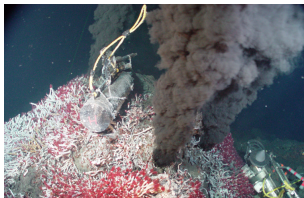


Flujo de calor

	Flujo de Calor en Promedio [mWm ⁻²]
Continentes	58
Océanos	100

- ▶ Continentes pierden calor por la acción de conducción.
- ▶ Océanos pierden calor por ambas conducción y convección*

*circulación hidrotermal



(Fuente: NOAA)

Fuentes de calor

1 **Calor Primordial:** la liberación de energía por el enfriamiento de la Tierra.

$$\begin{array}{l} \text{Manto} \\ \text{(Silicatos)} \end{array} \quad C_{PManto} = 7.1 \times 10^2 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1} \quad M_{Manto} = 4.1 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\begin{array}{l} \text{Núcleo} \\ \text{(Hierro)} \end{array} \quad C_{PNúcleo} = 4.6 \times 10^2 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1} \quad M_{Núcleo} = 1.9 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\Delta E = \sum_{\text{manto}+\text{núcleo}} C_P M \Delta T \quad (1)$$

El flujo de calor hoy en día desde la superficie terrestre es $\approx 4.2 \times 10^{13} \text{ W}$. Eso implica que $\Delta T_{\text{Tierra}} = 1.1 \times 10^{-14} \text{ Ks}^{-1}$ (ignorando las otras fuentes de calor).

¿Es más fácil calentar material del manto o material del núcleo?

Fuentes de calor

2. **Energía Gravitacional:** el movimiento de material más denso hasta mayores profundidades.

$$\Delta E = \Delta \rho gh \quad (2)$$

(material que hunde es más denso que el material que reemplaza)

3. **Decaimiento Radiactivo:** elementos como U, Th, K, Rb liberan energía mientras decaen. Aportan una fracción (> 80%) muy significativa de calor.
4. **Calor Latente:** Cristalización del núcleo interno libera energía (aumenta su radio por ~ 1 mm/año).

Transferencia de calor

- ▶ Conducción (litosfera)
- ▶ Convección (astenosfera, núcleo, circulación hidrotermal, (océanos, atmósfera))
- ▶ Radiación (superficie hacia el espacio)

El mecanismo de la conducción será analizado a continuación en este capítulo, representa la transferencia de calor a través de las placas.

¿Cuál es el mecanismo por el cual funciona la transferencia de energía por conducción? ¿Cuál es el mecanismo para la convección?

Ley de Fourier de conducción

$$\begin{array}{c}
 z_2 \qquad \qquad \qquad T_2 \\
 \hline
 \Delta z \downarrow \qquad \qquad \text{conductividad térmica } k \qquad \qquad \Delta T \uparrow \\
 \hline
 z_1 \qquad \qquad \qquad T_1
 \end{array}$$

$$\underbrace{\bar{q}}_{\text{flujo de calor en } \text{Wm}^{-2}} = -k \nabla T \approx -k \underbrace{\frac{\Delta T}{\Delta z}}_{\text{pendiente de temperatura}} \hat{z} \qquad (3)$$

¿Por qué necesitamos un signo negativo en esta ecuación?

Mediciones de $\Delta T / \Delta z$ en la superficie terrestre nos entregan el flujo de calor a través de la superficie.

Ley de Fourier de conducción

- ▶ $\nabla \cdot \bar{q}$ es el monto de calor [J] que entra un sistema o un volumen **en un segundo**.
- ▶ Un volumen también puede generar calor (A en $[\text{W}/\text{m}^3]$).

En una ecuación:

$$\underbrace{\int_V A dV}_{\text{energía generada en } V} - \underbrace{\int_V \nabla \cdot \bar{q} dV}_{\text{energía perdida del } V} = \underbrace{\int_V \Delta E dV}_{\text{cambio de energía en } V} \quad (4)$$

Relacionando un cambio de energía con un cambio de temperatura:

$$A - \nabla \cdot \bar{q} = \Delta E = \rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} \quad [\text{W}/\text{m}^3] \quad (5)$$

Combinando ecuaciones (3) y (5) nos entrega la ecuación de conducción:

$$\rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot (-k \nabla T) + A = k \nabla^2 T + A \quad (6)$$

El estado constante

En el estado constante, $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ ¿Es razonable suponer eso para la Tierra?

$$\Rightarrow \nabla^2 T = \frac{-A}{k} \quad (7)$$

- ▶ Sin producción de calor ($A = 0$), $\Rightarrow \nabla^2 T = 0$, $\nabla T = \text{cte}$, y la variación de T es lineal con la profundidad para modelos simples ($T = T(z)$).
- ▶ Cuando $A > 0$, la distribución de $T(z)$ cumple una fórmula cuadrática. ¿Qué proceso dentro de la Tierra hace el mayor contribución al A ?
- ▶ Cerca de la superficie terrestre, observaciones desde, por ejemplo cuevas sin ventilación, indican que $\partial T / \partial z \approx 20 \text{ K/km}$. Con una conductividad de $k \approx 3.0 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$, entrega el valor para $|\bar{q}| \approx 60 \text{ mWm}^{-2}$.

El estado constante

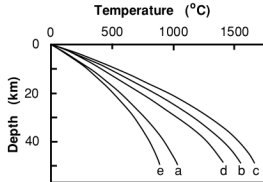
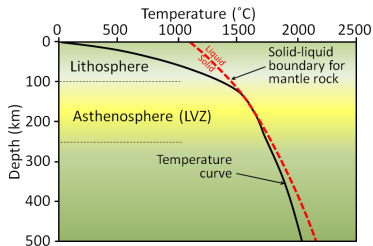


Figure 7.3. Equilibrium geotherms calculated from Eq. (7.28) for a 50-km-thick column of rock. Curve a: standard model with conductivity $2.5 \text{ W m}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, radioactive heat generation $1.25 \mu\text{W m}^{-3}$ and basal heat flow $21 \times 10^{-3} \text{ W m}^{-2}$. Curve b: standard model with conductivity reduced to $1.7 \text{ W m}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Curve c: standard model with radioactive heat generation increased to $2.5 \mu\text{W m}^{-3}$. Curve d: standard model with basal heat flow increased to $42 \times 10^{-3} \text{ W m}^{-2}$. Curve e: standard model with basal heat flow reduced to $10.5 \times 10^{-3} \text{ W m}^{-2}$. (From Nisbet and Fowler (1982).)

(Fuente: Fowler)

- ▶ Algunas modelos en la figura muestran temperaturas de $\sim 1500^\circ\text{C}$ a profundidades de $\sim 50\text{km}$. ¿Son razonables estas temperaturas a estas profundidades?
- ▶ ¿En qué región de la Tierra se aplican las ecuaciones que entregan las curvas de la figura?
- ▶ ¿Afuera de esta región, que otro mecanismo existe para transferir calor, y cómo afectaría estas curvas?

El estado constante



(Fuente: <https://opentextbc.ca/geology/>. La línea negra representa temperatura actual, la línea roja representa $0.8T_{\text{fusión}}$).

- ▶ A una temperatura de $T \approx 0.8T_{\text{fusión}}$, el material empieza perder su rigidez.
- ▶ La medición $T/T_{\text{fusión}}$ se llama temperatura homologa. Cuando es menor al 0.8, el material es sólido. Cuando es entre 0.8 y 1.0 el material es parcialmente fundido (viscoelástico). Cuando es mayor al 1.0 el material es líquido.

La ecuación de difusión

- ▶ La conducción se trata de transferencia de calor dentro de la Tierra, la ecuación de difusión (9) se trata de la distribución de temperatura.
- ▶ Tomando la ecuación (6), con $A = 0$ para simplicidad:

$$\rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 T \quad (8)$$

Con un poco de reorganización:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho C_P} \nabla^2 T = \kappa \nabla^2 T \quad (9)$$

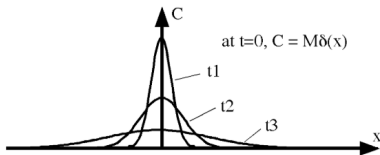
- ▶ En este capítulo, κ representa la difusividad térmica con unidades de $[\text{m}^2\text{s}^{-1}]$.

Análisis dimensional

- ▶ Usando un análisis dimensional, podemos definir una longitud de difusión:

$$L = \sqrt{\kappa\tau} \quad (10)$$

- ▶ Aquí, τ es el lapso de tiempo que demora un aumento de temperatura a “propagarse” una “distancia” L .
- ▶ Se puede notar en la figura que una distribución inicial de temperatura de una función delta producirá una distribución Gaussiana con ancho L mientras que τ aumenta.



(Fuente: MIT OCW 1.061. La solución a la ecuación de difusión 1D con una función delta como condición inicial).

Análisis dimensional

- ▶ Usando un análisis dimensional, podemos definir un tiempo de difusión:

$$t = \frac{l^2}{\kappa} \quad (11)$$

- ▶ Aquí, t es el tiempo que demorará un cambio de temperatura a “propagarse” por una distancia l .
- ▶ Como un ejemplo simple, con una tazón cerámica en tu mano con $\kappa = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$, con un ancho de los lados de $1 \times 10^{-3} \text{ m}$, tienen aproximadamente 1 segundo después de llenarlo con agua caliente antes de notar el efecto de cambio de temperatura en sus dedos.

Lectura adicional

- ▶ Apuntes del curso, Capítulo 5. Secciones 5.1 y 5.2.

Preguntas prácticas

1. En la situación de un estado constante, es decir $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$, la ecuación de la difusión térmica, en 1D, esta dada por:

$$0 = k \frac{d^2 T}{dz^2} + \rho H$$

Considere una parte del campo de hielo en Antártica. La temperatura en promedio en su superficie es -50°C . El flujo de calor en la superficie hacia afuera es

$$k \left. \frac{dT}{dz} \right|_{z=0} = 54 \text{ mW/m}^2$$

La conductividad térmica del hielo es $k = 2.2 \text{ W/m}^\circ\text{C}$.

- (i) Calcula la expresión para la variación de temperatura con profundidad dentro del hielo. Supone que no hay producción de calor en el hielo.
- (ii) En muchas locaciones en Antártica el hielo es suficientemente grueso para que se funde a su base, formando lagos subglaciales (por ejemplo, Lago Vostok). Use parte (i) para calcular el espesor del hielo para que su parte inferior esta fundido.

Preguntas prácticas

- Estime la profundidad de penetración dentro de la Tierra de los cambios de temperatura (i) diarios y (ii) estacionales. Se puede tomar la difusividad térmica de tierra $\kappa \approx 5 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$.
- Una afloración térmica sube por convección en la astenosfera y llega al base de la corteza terrestre. Para que se notan los efectos en la superficie, estime la cantidad de tiempo que se debe esperar. (Espesor corteza $\sim 40 \text{ km}$; difusividad térmica corteza $\sim 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$).