



## 513335 Geofísica de la Tierra Sólida

Presentación 17

Fases Sísmicas

Versión 1.1



## Polarización de ondas P, SV y SH

Desde la presentación anterior

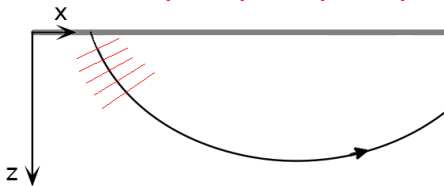
$$\bar{u} = \nabla\phi + \nabla \times \bar{\psi} \quad (1)$$

donde  $\phi$ ,  $\psi_x$ ,  $\psi_y$  y  $\psi_z$  tienen soluciones oscilatorias como

$$\phi = Ae^{i(\bar{k}\cdot\bar{x}-\omega t)} = Ae^{i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)} \quad (2)$$

Consideremos un rayo en el plano  $x - z$

$$\Rightarrow k_y = 0 \quad y \quad \frac{\partial\phi}{\partial y} = \frac{\partial\psi_x}{\partial y} = \frac{\partial\psi_y}{\partial y} = \frac{\partial\psi_z}{\partial y} = 0$$



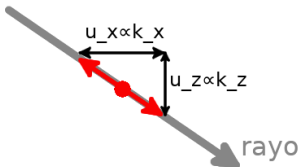
## Polarización onda P

Para calcular el movimiento de partícula de la onda P, consideremos el término  $\phi$  de la ecuación (1) cuando el rayo está en el plano  $x - z$ :

$$\begin{aligned}u_x &= \frac{\partial \phi}{\partial x} = ik_x \phi \\u_y &= \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \\u_z &= \frac{\partial \phi}{\partial z} = ik_z \phi\end{aligned}\quad (3)$$

Que significa que **el movimiento del medio es en la misma dirección de la propagación del rayo:**

$$\bar{u}_P = (k_x, 0, k_z) iAe^{i(\bar{k} \cdot \bar{x} - \omega t)} \quad (4)$$



## Polarización onda SV

Para calcular el movimiento de partícula de la onda SV, consideremos el término  $\psi_y$  de la ecuación (1) cuando el rayo está en el plano  $x - z$ :

$$\begin{aligned}u_x &= \frac{-\partial\psi_y}{\partial z} = -ik_z\psi_y \\u_y &= 0 \\u_z &= \frac{\partial\psi_y}{\partial x} = ik_x\psi_y\end{aligned}\tag{5}$$

Que significa que:

$$\bar{u}_{SV} = (-k_z, 0, k_x) iA' e^{i(\bar{k}\cdot\bar{x} - \omega t)}\tag{6}$$

donde  $A'$  es la amplitud (+ fase) del potencial  $\psi_y$ .

¿Qué es el valor de  $\bar{u}_P \cdot \bar{u}_{SV}$ ?

¿Qué significa eso?

## Polarización onda SH

Para calcular el movimiento de partícula de la onda SH, consideremos los términos  $\psi_x$  y  $\psi_z$  de la ecuación (1) cuando el rayo está en el plano  $x - z$ :

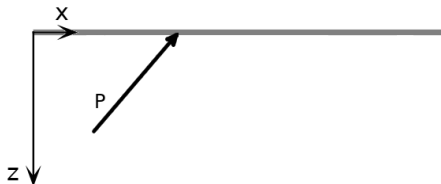
$$\begin{aligned}u_x &= 0 \\u_y &= \frac{\partial \psi_x}{\partial z} - \frac{\partial \psi_z}{\partial x} = (A'' k_z - A''' k_x) i e^{i(\bar{k} \cdot \bar{x} - \omega t)} \\u_z &= 0\end{aligned}\tag{7}$$

Podemos ver que, mientras el rayo se propaga en el plano  $x - z$ , **el movimiento del medio asociado con la onda SH es una oscilación horizontal en la dirección perpendicular al este plano.**

Define movimiento de partícula.

## Acoplamiento de ondas P y SV

Para ver un ejemplo del acoplamiento que existe entre las ondas P y SV, consideremos una onda P incidente en una superficie libre.



Una superficie libre es una superficie que esta libre de tracciones, por ejemplo la superficie de la Tierra. Matemáticamente, en la superficie se cumple la relación

$$(\sigma_{zx}, \sigma_{zy}, \sigma_{zz}) = \bar{0} \quad (8)$$

## Acoplamiento de ondas P y SV

Para considerar el cumplimiento de la ecuación (8) para un medio elástico, isótropo y homogéneo, usaremos la relación entre el esfuerzo y la deformación calculado previamente:

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= [\lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})] \epsilon_{kl} \\ &= [\lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})] \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) \\ &= \frac{\lambda}{2} \delta_{ij} \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) + \frac{\mu}{2} \left[ \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \right] \\ &= \lambda\delta_{ij}(\nabla \cdot \vec{u}) + \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)\end{aligned}\tag{9}$$

## Acoplamiento de ondas P y SV

Para la onda P en el plano  $x - z$ :

$$\begin{aligned}\sigma_{zx} &= \mu \left( \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) = 2\mu \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} \\ \sigma_{zy} &= 0 \\ \sigma_{zz} &= \lambda(\nabla \cdot \bar{u}) + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} = \lambda \nabla^2 \phi + 2\mu \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}\end{aligned}\quad (10)$$

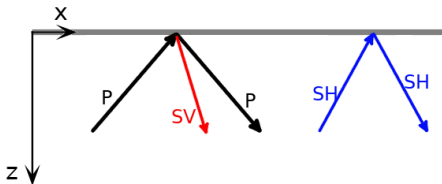
Para la onda SV en el plano  $x - z$ :

$$\begin{aligned}\sigma_{zx} &= \mu \left( \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) = \mu \left( \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial z^2} \right) \\ \sigma_{zy} &= 0 \\ \sigma_{zz} &= \lambda(\nabla \cdot \bar{u}) + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} = 2\mu \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x \partial z}\end{aligned}\quad (11)$$



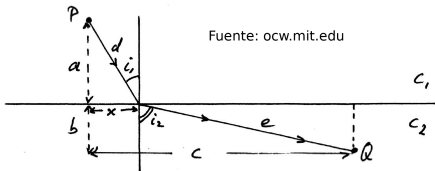
## Acoplamiento de ondas P y SV

- ▶ Podemos ver que una combinación de ondas P y SV va a cumplir las condiciones de borde  $(\sigma_{zx}, \sigma_{zy}, \sigma_{zz}) = \bar{0}$  en la superficie libre.
- ▶ En términos prácticos, una onda P incidente en la superficie terrestre generará ambas ondas P y SV reflejadas.
- ▶ La onda SH no pertenece al sistema  $P \leftrightarrow SV$ . Para la onda SH en el plano  $x - z$ ,  $(\sigma_{zx}, \sigma_{zy}, \sigma_{zz}) = (0, \mu \frac{\partial u_y}{\partial z}, 0)$  y cuando llega a la superficie terrestre sufre una reflexión interna total.
- ▶ En general, las ondas P y SV están acopladas. Para cumplir las condiciones de borde en interfases dentro de la Tierra, siempre hay una conversión  $P \leftrightarrow SV$ .



## Ley de Snell

Para demostrar la ley de Snell, aplicamos el Principio de Fermat: **una onda que se propaga entre dos puntos toma el mínimo tiempo posible.**



El tiempo de viaje entre los puntos  $P$  y  $Q$  es

$$T_{P \rightarrow Q} = \frac{d}{c_1} + \frac{e}{c_2} = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{c_1} + \frac{\sqrt{b^2 + (c-x)^2}}{c_2} \quad (12)$$

Para que este tiempo sea el mínimo (en la realidad estacionario)

$$\frac{dT}{dx} = \frac{x}{c_1 \sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{(c-x)}{c_2 \sqrt{b^2 + (c-x)^2}} = 0 \quad (13)$$

## Ley de Snell

En términos de los ángulos  $i_1$  y  $i_2$

$$\frac{\sin i_1}{c_1} - \frac{\sin i_2}{c_2} = 0$$
$$\frac{\sin i_1}{c_1} = \frac{\sin i_2}{c_2} \quad (14)$$

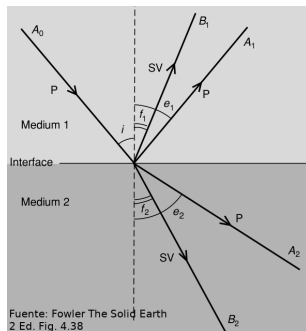
En términos generales, **a lo largo del mismo rayo,**

$$\frac{\sin i}{c} = \text{constante} \equiv p \quad (15)$$

con  $p$  el parámetro del rayo.

## Ley de Snell

En general, para la conversión  $P \leftrightarrow SV$ , también cumple con la Ley de Snell. La figura muestra la interfase entre dos medios: Medio 1 tiene velocidades sísmicas  $\alpha_1$  y  $\beta_1$ ; medio 2 tiene velocidades sísmicas  $\alpha_2$  y  $\beta_2$ . **¿Cuál medio tiene velocidades sísmicas más altas?**



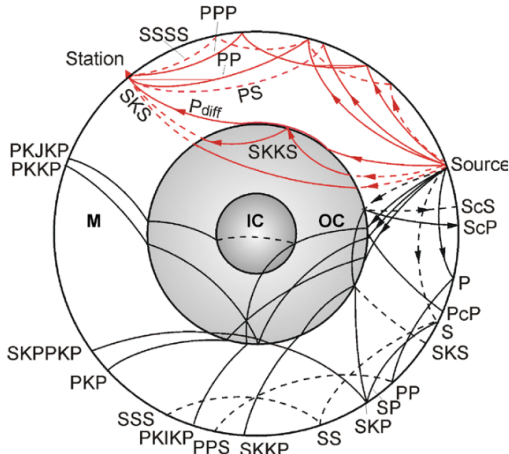
$$\frac{\sin i}{\alpha_1} = \frac{\sin e_1}{\alpha_1} = \frac{\sin f_1}{\beta_1} = \frac{\sin e_2}{\alpha_2} = \frac{\sin f_2}{\beta_2} \equiv p \quad (16)$$

## Nomenclatura de fases sísmicas

- ▶ P - Una onda P en el manto
- ▶ S - Una onda S en el manto
- ▶ K - Una onda P pasando a través del núcleo externo
- ▶ I - Una onda P pasando a través del núcleo interno
- ▶ J - Una onda S pasando a través del núcleo interno
- ▶ c - Una reflexión de la frontera núcleo-manto
- ▶ i - Una reflexión de la frontera núcleo interno-núcleo externo
- ▶ (p - Una onda P reflejada en la superficie terrestre cerca del foco)
- ▶ (s - Una onda S reflejada en la superficie terrestre cerca del foco)
- ▶ LR - Una onda Rayleigh
- ▶ LQ - Una onda Love

¿Y la onda S en el núcleo externo?

## Nomenclatura de fases sísmicas



Fuente: NMSOP GFZ/IASPEI

Las diferentes fases sísmicas nos permite investigar la estructura de la Tierra.

## Lectura adicional

- ▶ Apuntes del curso, Capítulo 4. Secciones 4.11, 4.12, 4.13 y 4.17.
- ▶ Shearer, Introduction to Seismology, 2<sup>o</sup> Ed. Sección 3.5 “Polarizations of P and S waves”.

### Entender:

Fowler - The Solid Earth 2<sup>o</sup> Ed. Figura 4.1 sobre ondas P y SV p. 101.

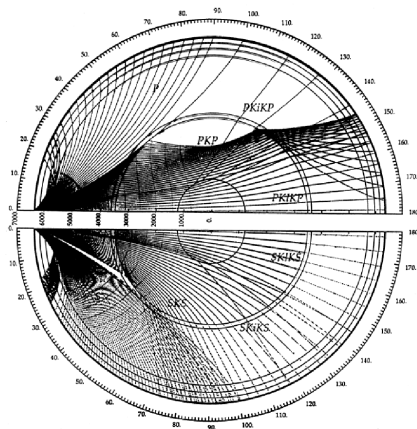
Fowler - The Solid Earth 2<sup>o</sup> Ed. Figura 4.4 sobre ondas de superficie p. 105.

Fowler - The Solid Earth 2<sup>o</sup> Ed. Figura 4.37 sobre reflexión y transmisión en interfases p. 149.

Fowler - The Solid Earth 2<sup>o</sup> Ed. Figura 4.38 y Ecuación 4.55 sobre la ley de Snell p. 150.

## Preguntas prácticas

1. ¿Cómo puede existir una onda S en el núcleo interno, si no pueden pasar por el núcleo externo?





## Preguntas prácticas

2. La figura en la página anterior muestra la propagación de rayos a través de la Tierra. Arriba: P; Abajo: S.
- (i) Identifique la zona de sombra P, explique por qué existe, y estime entre qué distancias existe.
  - (ii) Explique por qué visualmente no se puede ver una zona de sombra de los rayos S.
  - (iii) ¿Cuál es la polarización de la fase SKS? Si dicen que la zona de sombra de la onda S es de  $\sim 103^\circ$  a  $180^\circ$ , ¿sobre qué tipo de onda S hablan?