

## Geofísica de la Tierra Sólida 2018 - Certamen 1

2 horas

**Importante: Hay que elegir 5 de las 7 preguntas de la sección A, y elegir 2 de las 3 preguntas en la sección B.**

La sección A consta de 25 puntos, la sección B de 25 puntos.

**Sección A [Elija 5 de las 7 preguntas. Todas las preguntas constan de 5 pts (=50% en total)]**

---

A1)

(a) [4 pts] Muestre que el momento de inercia ( $I = \sum mr_{\perp}^2$ ) para un disco homogéneo, alrededor de su eje perpendicular al disco es

$$I = \frac{MR^2}{2}$$

donde  $M$  es la masa del disco, y  $R$  su radio.

(b) [1 pt] ¿El momento de inercia de nuestra galaxia es mayor o menor que el valor calculado en la parte (a)?

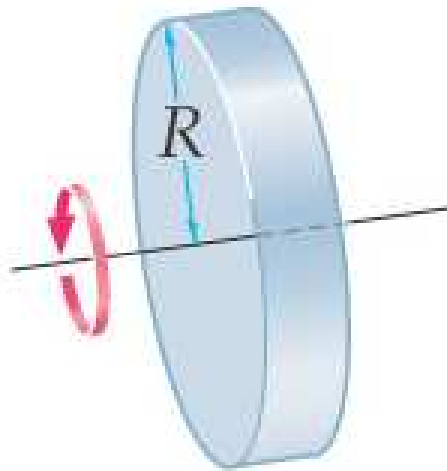


Figura 1: Disco homogéneo, el eje perpendicular a su superficie pasa por el centro de masa.

---

A2) [5 pts] Explique por qué los planetas interiores, como Mercurio, están compuestos por metales y silicatos, mientras que los planetas exteriores como Neptuno están compuestos de hielo de materiales como amonio.

---

A3) Una ecuación derivada en el curso por el potencial gravitacional de referencia para la Tierra es

$$U(P) = -\frac{GM}{r} + \frac{G}{r^3}(C - A) \left( \frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right)$$

con  $(C - A) = J_2 M a^2$ .

- (a) [1 pt] Reescriba esta ecuación en términos de la latitud en vez de la colatitud.
- (b) [3 pts] Explique qué representa el parámetro  $J_2$ , y qué representan  $C$ ,  $A$ ,  $M$  y  $a$  en la expresión.
- (c) [1 pt] Qué valor de  $J_2$  tiene una masa puntual?
- 

A4) [5 pts] Explique cómo el principio de isostasia explica el por qué en la superficie terrestre se puede encontrar batolitos graníticos formados a mayor que 10 km de profundidad.

---

A5) [5 pts] Se puede calcular el ángulo ( $\alpha$ ) entre el eje geomagnético y el eje geográfico usando los componentes del momento magnético del campo dipolar:

$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{m_x^2 + m_y^2}}{|m_z|}$$

Use la Tabla A para calcular la distancia en kilómetros que se movió en polo norte geomagnético hacia el polo norte geográfico en el último año.

---

A6) [5 pts]



Figura 2: La velocidad de Rapa Nui (vector en el océano).

¿Qué es la inclinación? y, ¿Por qué mediciones de inclinación de rocas volcánicas antiguas en Rapa Nui no entregaría una buena estimación de su velocidad en el pasado?

A7) La ecuación de inducción magnética es:

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{H}) + \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla^2 \mathbf{H}$$

(a) [2 pts] En un material con alta conductividad, la advección domina. Explique qué es la advección del campo magnético.

(b) [3 pts] En un material con alta conductividad, con campo  $\mathbf{H}$  paralelo a  $\mathbf{v}$ , ¿cómo cambia el campo magnético en el tiempo? De una razón para su respuesta.

**Sección B [Elija 2 de las 3 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]**

B1) [12.5 pts total]

Para usar en esta pregunta:  $M_{\text{Tierra}} = 6.0 \times 10^{24}$  kg; $R_{\text{Tierra}} = 6371$  km; $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$ .

Cuide la conversión entre km y m en esta pregunta!

(a) [1.5 pts] Escriba la expresión para el potencial gravitacional de una masa  $m$  a una distancia  $r$  de la Tierra.

(b) [4 pts] El meteorito que se cayó en Chicxulub, México, tenía una masa estimada de  $\approx 3 \times 10^{15}$  kg. Estime la energía gravitacional liberada con la caída de este meteorito a la superficie de la Tierra.

(c) [3 pts] El cráter que causó el meteorito está enterrado por sedimentos marinos hoy en día. ¿Cómo podemos estimar el tamaño y masa del meteorito entonces?

(d) [4 pts] Asuma una fracción, 2.5%, de la energía calculada en la parte (b) caliente el meteorito en la colisión. Calcule el aumento de temperatura del meteorito entonces.

Para silicatos  $C_P \approx 1000 \text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$

## Sección B [Elija 2 de las 3 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B2) [12.5 pts total]

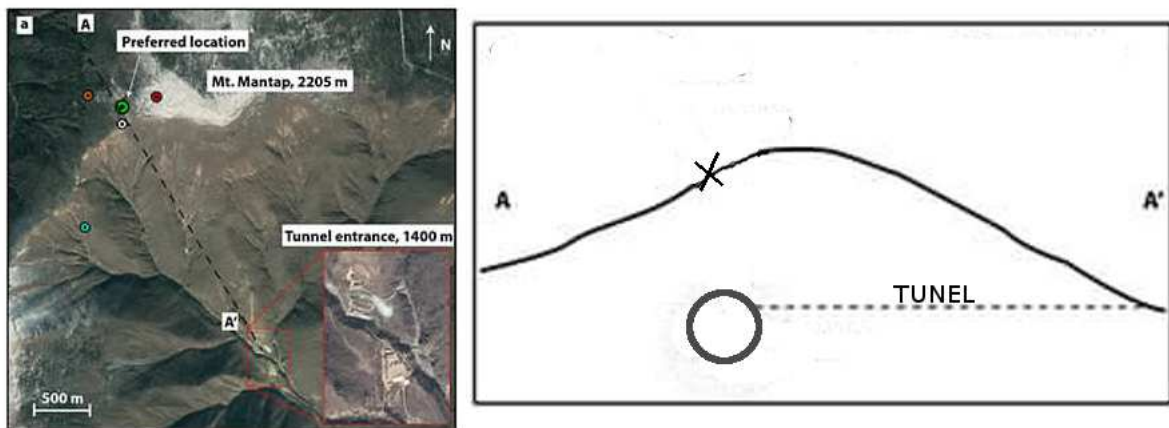


Figura 3: Esquema de la cámara de pruebas nucleares, Mt. Manatop, Korea del Norte.

(a) [2.5 pts] Muestre que la anomalía de gravedad directamente encima de una esfera, de radio  $a$ , enterrada a una profundidad  $z$ , es:

$$\Delta g_z = \frac{4G\Delta\rho\pi a^3}{3z^2} [\text{ms}^{-2}]$$

Si la esfera es una cámara vacía dentro de una roca con densidad de  $2700 \text{ kgm}^{-3}$ , ¿cuál es el valor de  $\Delta\rho$ ?

(b) [5 pts] Una medición de gravedad en Monte Manatop entrega los siguientes valores:

Altura de la medición es 2105 m sobre el nivel del mar

Densidad de la roca madre es  $2700 \text{ kgm}^{-3}$

$g_{obs}$  es  $9.800467 \text{ ms}^{-2}$  a esta elevación de 2105 m

$g_{ref}$  es  $9.804573 \text{ ms}^{-2}$  al nivel del mar

Calcule la anomalía de Bouguer en el punto. (Radio terrestre es 6371 km).

$$dg_{FA} = -2\frac{hg}{r} \quad , \quad dg_B = 2\pi G\rho h$$

$$\Delta g_B = g_{obs} - dg_{FA} - dg_B - g_{ref}$$

(c) [3 pts] Use el valor para la anomalía de Bouguer para calcular el radio de la cámara, suponiendo que es una estructura esférica a una profundidad de 1500 m debajo del punto de medición. (Tome la suposición que es una cámara vacía dentro de una roca con densidad de  $2700 \text{ kgm}^{-3}$ )

(d) [2 pts] Si la cámara estuviese colapsada, qué valor de anomalía de Bouguer se esperaría?

**Sección B [Elija 2 de las 3 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]**

B3) [12.5 pts total]

Los armónicos esféricos que suman para el potencial magnético terrestre están dados por las funciones:

$$V_m(r, \theta, \phi) = a \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{a}{r}\right)^{l+1} [g_l^m \cos m\phi + h_l^m \sin m\phi] \\ \left(\frac{r}{a}\right)^l [g_l^m \cos m\phi + h_l^m \sin m\phi] \end{array} \right\} P_l^m(\cos \theta)$$

(a) [3 pts] Explique qué significa campo interno, y por qué la función radial elegida es proporcional al  $r^{-(l+1)}$  para el campo interno.

(b) [5 pts] El espectro de potencia del campo magnético está dado por:

$$I_l = \left[ \frac{a^{(l+2)}}{r} (l+1) \right]^2 \sum_{m=0}^l [(g_l^m)^2 + (h_l^m)^2]$$

Use los valores en la Tabla A para calcular la razón  $I_1/I_2$  para el campo terrestre en la superficie de la Tierra ( $r = a$ ) y en la frontera núcleo-manto ( $r \simeq 0.55a$ ).

(c) [1.5 pts] Entonces, ¿el campo magnético en la frontera núcleo-manto parece más como un dipolo, o menos como un dipolo, comparado con el campo en la superficie terrestre? De una razón.

(d) [3 pts] ¿Por qué los armónicos esféricos pueden estar extrapolados hacia dentro de la Tierra en el caso del campo magnético, pero eso no se puede hacer para el campo gravitacional?

$n$	$m$	$g_n^m(t_0)$	$h_n^m(t_0)$	$\dot{g}_n^m(t_0)$	$\dot{h}_n^m(t_0)$
1	0	-29438.5		10.7	
1	1	-1501.1	4796.2	17.9	-26.8
2	0	-2445.3		-8.6	0.0
2	1	3012.5	-2845.6	-3.3	-27.1
2	2	1676.6	-642.0	2.4	-13.3
3	0	1351.1		3.1	
3	1	-2352.3	-115.3	-6.2	8.4
3	2	1225.6	245.0	-0.4	-0.4
3	3	581.9	-538.3	-10.4	2.3
4	0	907.2		-0.4	
4	1	813.7	283.4	0.8	-0.6
4	2	120.3	-188.6	-9.2	5.3
4	3	-335.0	180.9	4.0	3.0
4	4	70.3	-329.5	-4.2	-5.3
5	0	-232.6		-0.2	
5	1	360.1	47.4	0.1	0.4
5	2	192.4	196.9	-1.4	1.6
5	3	-141.0	-119.4	0.0	-1.1
5	4	-157.4	16.1	1.3	3.3
5	5	4.3	100.1	3.8	0.1
6	0	69.5		-0.5	
6	1	67.4	-20.7	-0.2	0.0
6	2	72.8	33.2	-0.6	-2.2
6	3	-129.8	58.8	2.4	-0.7
6	4	-29.0	-66.5	-1.1	0.1
6	5	13.2	7.3	0.3	1.0
6	6	-70.9	62.5	1.5	1.3
7	0	81.6		0.2	
7	1	-76.1	-54.1	-0.2	0.7
7	2	-6.8	-19.4	-0.4	0.5
7	3	51.9	5.6	1.3	-0.2
7	4	15.0	24.4	0.2	-0.1
7	5	9.3	3.3	-0.4	-0.7
7	6	-2.8	-27.5	-0.9	0.1
7	7	6.7	-2.3	0.3	0.1
8	0	24.0		0.0	
8	1	8.6	10.2	0.1	-0.3
8	2	-16.9	-18.1	-0.5	0.3
8	3	-3.2	13.2	0.5	0.3
8	4	-20.6	-14.6	-0.2	0.6
8	5	13.3	16.2	0.4	-0.1
8	6	11.7	5.7	0.2	-0.2
8	7	-16.0	-9.1	-0.4	0.3
8	8	-2.0	2.2	0.3	0.0
9	0	5.4		0.0	
9	1	8.8	-21.6	-0.1	-0.2
9	2	3.1	10.8	-0.1	-0.1
9	3	-3.1	11.7	0.4	-0.2
9	4	0.6	-6.8	-0.5	0.1
9	5	-13.3	-6.9	-0.2	0.1
9	6	-0.1	7.8	0.1	0.0
9	7	8.7	1.0	0.0	-0.2
9	8	-9.1	-3.9	-0.2	0.4
9	9	-10.5	8.5	-0.1	0.3
10	0	-1.9		0.0	
10	1	-6.5	3.3	0.0	0.1
10	2	0.2	-0.3	-0.1	-0.1
10	3	0.6	4.6	0.3	0.0
10	4	-0.6	4.4	-0.1	0.0
10	5	1.7	-7.9	-0.1	-0.2
10	6	-0.7	-0.6	-0.1	0.1
10	7	2.1	-4.1	0.0	-0.1
10	8	2.3	-2.8	-0.2	-0.2
10	9	-1.8	-1.1	-0.1	0.1
10	10	-3.6	-8.7	-0.2	-0.1
11	0	3.1		0.0	
11	1	-1.5	-0.1	0.0	0.0
11	2	-2.3	2.1	-0.1	0.1
11	3	2.1	-0.7	0.1	0.0
11	4	-0.9	-1.1	0.0	0.1
11	5	0.6	0.7	0.0	0.0
11	6	-0.7	-0.2	0.0	0.0
11	7	0.2	-2.1	0.0	0.1
11	8	1.7	-1.5	0.0	0.0
11	9	-0.2	-2.5	0.0	-0.1
11	10	0.4	-2.0	-0.1	0.0
11	11	3.5	-2.3	-0.1	-0.1
12	0	-2.0		0.1	
12	1	-0.3	-1.0	0.0	0.0
12	2	0.4	0.5	0.0	0.0
12	3	1.3	1.8	0.1	-0.1
12	4	-0.9	-2.2	-0.1	0.0
12	5	0.9	0.3	0.0	0.0
12	6	0.1	0.7	0.1	0.0
12	7	0.5	-0.1	0.0	0.0
12	8	-0.4	0.3	0.0	0.0
12	9	-0.4	0.2	0.0	0.0
12	10	0.2	-0.9	0.0	0.0
12	11	-0.9	-0.2	0.0	0.0
12	12	0.0	0.7	0.0	0.0

Tabla A: Coeficientes de Gauss para el WMM (World Magnetic Model) de 2015. Unidades son nT para los coeficientes, y nT/año por sus derivadas temporales. El índice  $n$  es el grado, y  $m$  es la orden