

Geofísica de la Tierra Sólida 2017 - Certamen 2

2 horas

Importante: Hay que elegir 5 de las 7 preguntas de la sección A, y elegir 2 de las 3 preguntas en la sección B.

La sección A consta de 25 puntos, la sección B de 25 puntos.

Sección A [Elija 5 de las 7 preguntas. Todas las preguntas constan de 5 pts (=50% en total)]

A1) Un esfuerzo, representado por este tensor, se aplica sobre un material.

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ [GPa]}$$

(a) [2 pts] ¿Qué tipo de esfuerzo es?

(b) [3 pts] Para un material isotrópico, homogéneo y elástico*, con $\lambda = 30$ GPa y $\mu = 20$ GPa, escriba el tensor de deformación que resulta de este esfuerzo.

$$*\sigma_{ij} = \lambda\delta_{ij}\Delta + 2\mu\epsilon_{ij}$$

A2) El coeficiente de Poisson (σ) mide la tasa de la contracción lateral con respecto a la elongación de una barra cuando se estira.

$$\sigma = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$$

(a) [3 pts] Si $\lambda = \mu$, el material es un sólido de Poisson. En este caso, ¿cuánto más rápido viaja la onda P que la onda S en el material?

(b) [2 pts] ¿Cuál es el valor de σ para el núcleo externo de la Tierra?

A3)



Una explosión nuclear genera fases como P , PP , PKP y una pequeña onda Rayleigh.

(a) [3 pts] ¿Por qué no genera una onda Love?

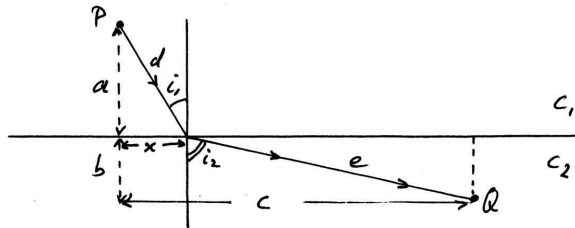
(b) [2 pts] ¿Por qué no genera una fase pP que se separa de la fase P ?

A4) Las ondas de superficie sufren dispersión.

(a) [2 pts] Explique que es la dispersión?

(b) [3 pts] Para una onda de superficie llegando a un sismómetro, ¿los periodos largos llegan primeros o últimos? Explique por qué.

A5)



Para un rayo que viaja entre dos puntos P y Q , situados en capas de diferentes velocidades, el tiempo de viaje, en términos del variable x , y su derivada están dados por:

$$T_{P-Q} = \frac{d}{c_1} + \frac{e}{c_2} = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{c_1} + \frac{\sqrt{b^2 + (c-x)^2}}{c_2}$$

$$\frac{dT}{dx} = \frac{x}{c_1 \sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{(c-x)}{c_2 \sqrt{b^2 + (c-x)^2}}$$

(a) [2 pts] Use las ecuaciones para derivar la ley de Snell.

(b) [3 pts] En el caso que $b = 0$, use las ecuaciones para mostrar que el rayo que viaja con el tiempo menor entre P y Q esta críticamente refractada a lo largo de la interfase entre las dos capas.

A6) [5 pts] Explique cómo el calor específico, C_P , se define por un cierto material. Dé las unidades de C_P .

A7) La Ley de Fourier de conducción dice que el flujo de calor, \mathbf{q} , es:

$$\mathbf{q} = -k \nabla T \approx -k \frac{\Delta T}{\Delta z} \hat{\mathbf{z}}$$

(a) [2 pts] ¿Cuáles son las unidades de \mathbf{q} ?

(b) [3 pts] ¿En cuáles de estas partes de la Tierra* se aplica esta ecuación? Justifique su respuesta.

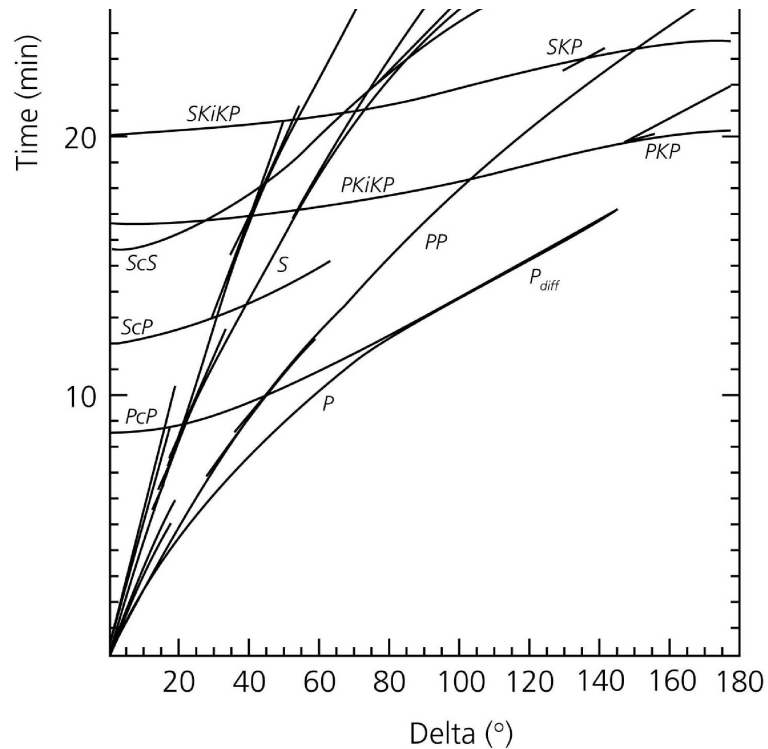
*Atmósfera, Océano, Los campos de Hielo, Corteza, Manto, Núcleo externo, Núcleo interno.

Sección B [Elija 2 de las 3 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B1) [12.5 pts total]

(a) [2 pts] Dibuje los rayos de las siguientes fases que pasan por la Tierra: PP , PcS , $SKKS$, $PKJKP$. Discrimine de manera clara entre rayos compresionales y transversales.

(b) [4 pts] La siguiente figura muestra curvas de tiempo de viaje de unas fases sísmicas:



(i) ¿Qué significa Delta?

(ii) ¿Por qué llegan varias fases a $\Delta = 0^\circ$ muchos minutos después del terremoto?

(c) [4 pts] En $\Delta = 0^\circ$, la fase PcP demora 8 minutos 34 segundos en llegar; la fase ScS demora 15 minutos 36 segundos en llegar. Calcule la velocidad promedio de la onda P , y la velocidad promedio de la onda S , en el manto.

(Use $R_{Tierra} = 6371\text{km}$; $R_{Núcleo} = 3471\text{km}$)

(d) [2.5 pts] ¿Después de cuánto tiempo llega la fase PcS a $\Delta = 0^\circ$, y cual es su polaridad (Z, R, T)?

Sección B [Elija 2 de las 3 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B2) [12.5 pts total]

(a) [4 pts] Use separación de variables para mostrar que la ecuación de movimiento para la onda P :

$$(\lambda + 2\mu)\nabla^2\phi = \rho\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}$$

tiene solución

$$\phi(x, y, z, t) = (A_1 + iA_2)e^{i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)}$$

donde $\omega = \sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}}|\mathbf{k}|$

(b) [4 pts] Expliqué por qué la solución escrita en forma exponencial con componente imaginaria es equivalente a una oscilación sinusoidal real.

(c) [1.5 pts] ¿Cuál es la relación entre ϕ y el movimiento del medio?

(d) [3 pts] La solución escrita aquí es para una sola frecuencia, mientras que las ondas P actuales son una mezcla de diferentes frecuencias. ¿Cómo se puede tomar en cuenta múltiples frecuencias en la solución de la ecuación de movimiento?

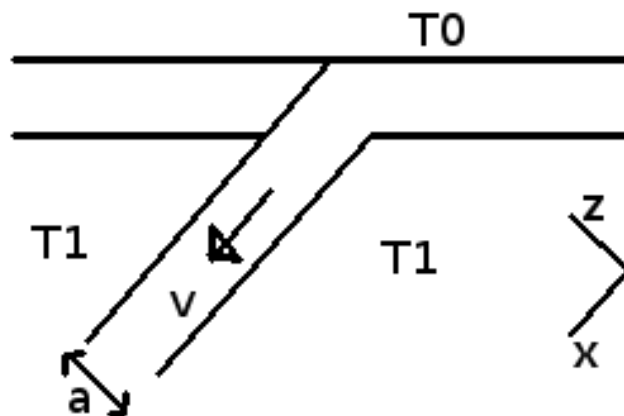
Sección B [Elija 2 de las 3 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B3) [12.5 pts total]

Derivada en una tarea, la expresión para la distribución de temperatura en una zona de subducción, en unidades sin dimensión, se aproxima por:

$$T' \simeq 1 - \frac{2}{\pi} e^{-\frac{\pi^2 x'}{Pe}} \sin(\pi z')$$

con $Pe = \frac{va}{\kappa}$



- (a) [2.5 pts] Explique qué representa el número de Peclet (Pe), y dé sus unidades.
- (b) [4 pts] Muestre que la temperatura mínima en la placa que subduce se encuentra en el centro de la placa.
- (c) [6 pts] Los terremotos en la placa existen para temperaturas menores que $T' \simeq 0.8$. Calcule la profundidad máxima de los terremotos en:
- (i) una placa que subduce rápidamente a 10 cm/año.
 - (ii) una placa que subduce a una menor velocidad de 1 cm/año.
- (Use $a = 50\text{km}$, $\kappa \simeq 1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$, ángulo de subducción = 45°)