

Geofísica de la Tierra Sólida 2015 - Certamen 2

2 horas

Importante: Hay que elegir 5 de las 7 preguntas de la sección A, y elegir 2 de las 4 preguntas en la sección B.

La sección A consta de 25 puntos, la sección B de 25 puntos.

Sección A [Elija 5 de las 7 preguntas. Todas las preguntas constan de 5 pts (=50% en total)]

A1) [5 pts]

Explique qué son los parámetros elásticos μ y κ . ¿Por qué aumentan con la profundidad dentro de la Tierra? ($\kappa = \lambda + \frac{2}{3}\mu$).

A2) [5 pts]

Explique qué es representado por el tensor de esfuerzo σ_{ij} en tres dimensiones, y escriba sus unidades.

A3) [5 pts]

Una manera de escribir la ecuación de movimiento es:

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = (\lambda + \mu) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (1)$$

Use la identidad vectorial $\nabla^2 \mathbf{u} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - (\nabla \times \nabla \times \mathbf{u})$ para modificar la ecuación (1), y después tome su divergencia para llegar a la ecuación de onda que describe la onda P.

A4) [5 pts]

La figura 1 muestra la curva de tiempo de viaje para una Tierra que tiene una corteza encima de un manto de mayor velocidad. Indique la zona de triplicación, y explique por qué se genera.

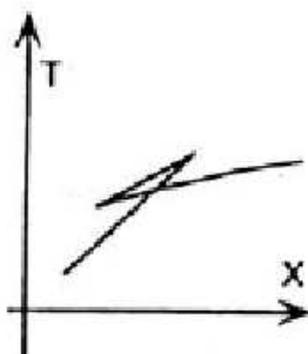


Figura 1: Curva de distancia-tiempo para una Tierra que consiste de una corteza y un manto.

A5) [5 pts]

Explique por qué las ondas de superficie muestran dispersión (es decir, que sus velocidades varían con la frecuencia).

A6) [5 pts]

La pérdida de calor de la superficie de la Tierra es 4.2×10^{13} W, mientras que la generación de calor dentro de la Tierra es 3.2×10^{13} W.

(i) [2 pts] ¿Cuál es la pérdida neta de energía de la Tierra por segundo?

(ii) [3 pts] Para que la temperatura de la Tierra disminuya un grado ($\Delta T = 1$ K) se requiere la liberación de 3.7×10^{27} J. ¿En cuántos años bajará la temperatura de la Tierra en un grado?

A7) [5 pts]

La temperatura aumenta 0.1 K dentro de los primeros 5 metros de los sedimentos en el fondo de un lago. Use esta información para calcular el flujo de calor \mathbf{q} en esta región. Recuerde:

$$\mathbf{q} = -k\nabla T \approx -k \frac{\Delta T}{\Delta z} \hat{\mathbf{z}} \quad (2)$$

con la conductividad térmica $k \approx 3 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$.

Sección B [Elige 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B1) [12.5 pts total]

La descomposición de Helmholtz nos dice que el desplazamiento \mathbf{u} de la Tierra puede ser escrito en términos de dos potenciales:

$$\mathbf{u} = \nabla\Phi + \nabla \times \Psi \quad (3)$$

donde Φ y Ψ tienen soluciones oscilatorias.

(a) [2 pts] El desplazamiento de una onda P, que se propaga en el plano $x - z$, puede ser escrito como:

$$\mathbf{u} = \left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}, 0, \frac{\partial\Phi}{\partial z} \right) \quad (4)$$

Encuentre una expresión similar para la onda S.

(b) [3 pts] La onda S tiene dos componentes: SV y SH. Explique sus características y sus relaciones con Ψ .

(c) [2 pts] ¿Cómo se definen los tres ejes de un sismograma: Transversal, Radial y Vertical?

(d) [5.5 pts] Use el hecho que las ondas P y SV están acopladas para llenar la siguiente tabla. Explique las razones para su elecciones.

FASE	VERTICAL	RADIAL	TRANSVERSAL
P	✓	✓	x
S	✓	✓	✓
PS			
SP			
SS			
SKS			

Tabla 1: Las componentes de un sismograma en que llegan diferentes fases sísmicas (se supone que los rayos llegan a un ángulo inclinado a la vertical).

Sección B [Elige 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B2) [12.5 pts total]

Ondas de superficie pueden estar escritas en la forma de una onda que se propaga horizontalmente y con una amplitud que decae con la profundidad, por ejemplo:

$$u_{\text{Love}} = Ae^{i(k_x x - \omega t)} e^{-\eta \omega z} \quad (5)$$

- (a) [1.5 pts] Esta onda se propaga en la dirección $+\hat{x}$. Reescriba la ecuación 5 para una onda que se propaga en la dirección $-\hat{x}$.
- (b) [3 pts] Tomando A como un número real, escriba la forma de u_{Love} en términos de cosenos y/o senos en vez de esta forma exponencial.
- (c) [2 pts] Escriba la expresión para la amplitud máxima de esta onda, $|u_{\text{Love}}|$. (Note: la amplitud máxima varía con la profundidad).
- (d) [6 pts] Tomando $\eta = 0.0002$, y para una onda con periodo $T = 20$ segundos y velocidad 3.8 km/s, calcule:
- su longitud de onda.
 - la profundidad [en km] donde la amplitud de la onda cae a 20% de su valor en la superficie.

Sección B [Elige 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B3) [12.5 pts total]

La ecuación para la distribución de temperatura dentro de una placa oceánica esta dada por:

$$T \simeq (T_1 - T_0) \left(1 - \frac{z}{a} + \frac{2}{\pi} e^{-\frac{t}{\tau_0}} \sin\left(\frac{\pi z}{a}\right) \right) + T_0 \quad (6)$$

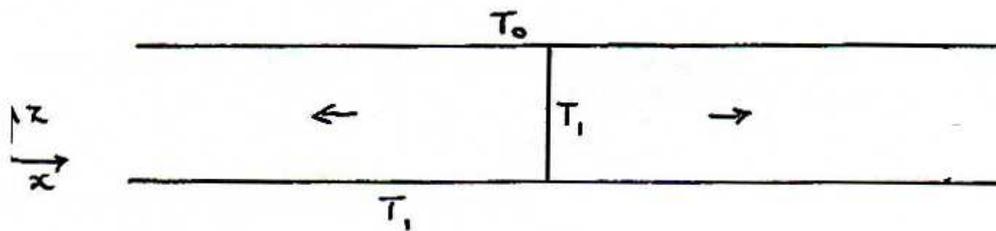
con $\tau_0 = (a^2/\pi^2\kappa)$.

Figura 2: Modelo simple de placas oceánicas separándose con una dorsal entremedio.

(a) [2.5 pts] ¿Qué representan t , T_1 , T_0 , a y κ en la ecuación 6?

(b) [6 pts] Use la expresión para el flujo de calor en la superficie de la placa,

$$F = -k \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z=a} \quad (7)$$

para demostrar que

$$F = c_1 + c_2 e^{-\frac{t}{\tau_0}} \quad (8)$$

y encuentre las expresiones para las constantes c_1 y c_2 en la ecuación 8.(c) [4 pts] La relación logarítmica entre F y t , mostrada en la ecuación 8, no se cumple bien muy cerca de las dorsales. Explique por qué.

Sección B [Elige 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B4) [12.5 pts total]

Derivada en una tarea, la expresión para la distribución de temperatura en una zona de subducción, en unidades sin dimensión, se aproxima por:

$$T' \simeq 1 - \frac{2}{\pi} e^{-\frac{\pi^2 x'}{Pe}} \sin(\pi z') \quad (9)$$

con $Pe = \frac{va}{\kappa}$

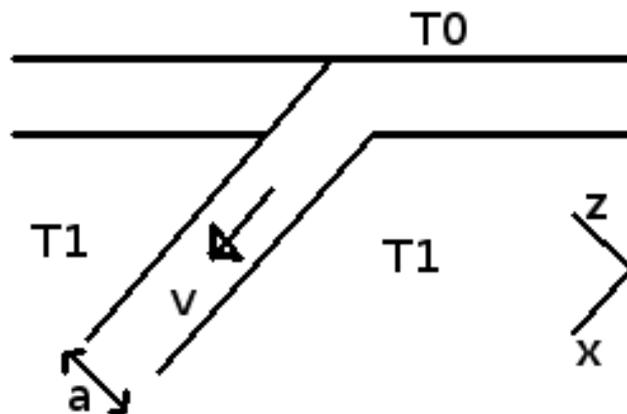


Figura 3: La configuración de subducción.

(a) [4 pts] ¿Qué significa temperatura homóloga? ¿Por qué la profundidad máxima de la sismicidad en una zona de subducción se encuentra donde $T' \sim 0.8$?

(b) [7 pts] Use $a = 50$ km, $\kappa \approx 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ y $v \approx 63$ mm/año ($\therefore v \approx 2 \times 10^{-9} \text{ ms}^{-1}$) para estimar la distancia a lo largo de la zona de subducción (x in km) donde se encuentra la sismicidad más profunda.

(c) [1.5 pts] ¿Si la placa subduce a un ángulo de 45° , a qué profundidad son los sismos más profundos en esta zona de subducción?