

Geofísica de la Tierra Sólida 2013 - Certamen 1

2 horas

Importante: Hay que elegir 5 de las 7 preguntas de la sección A, y elegir 2 de las 4 preguntas en la sección B.

La sección A consta de 25 puntos, la sección B de 25 puntos.

Sección A [Elige 5 de las 7 preguntas. Todas las preguntas constan de 5 pts (=50% en total)]

A1)

(a) [2 pts] Los momentos de inercia de la Tierra, de Marte y de la Luna son, respectivamente $0.331MR^2$, $0.365MR^2$ y $0.394MR^2$. ¿Qué dice eso sobre las diferencias en composición entre los tres cuerpos?

(b) [3 pts] Si la Tierra inicialmente estaba en un estado homogéneo cuando se formó, y después se separaron el núcleo y el manto, ¿la tasa de rotación de la Tierra aumentó o disminuyó entre el estado homogéneo y el estado núcleo-manto? (De una razón por su elección).

A2) [5 pts] En la datación radiométrica, ¿por qué es necesario tomar más que 1 par de mediciones de $\frac{87Sr}{86Sr}$ y $\frac{87Rb}{86Sr}$ para determinar la edad de una muestra?

A3)

(a) [2 pts] ¿Qué representa, físicamente, el potencial gravitacional U ?

(b) [2 pts] ¿Qué representa, físicamente, el campo de gravedad denominado por \mathbf{g} ?

(c) [1 pt] ¿Cuál es la relación entre U y \mathbf{g} ?

A4) [5 pts]

$$U_{(r,\lambda)} = -\frac{GM}{r} + \frac{GJ_2Ma^2}{r^3} \left(\frac{3}{2} \sin^2 \lambda - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} r^2 \omega^2 \cos^2 \lambda$$

¿Qué factores afectan esta representación del potencial del esferoide de referencia derivada en los apuntes? ¿Cuál es la simetría de este esferoide de referencia, y que suposiciones se toman para llegar a un potencial con esta simetría?

Sección A [Elige 5 de las 7 preguntas. Todas las preguntas constan de 5 pts (=50% en total)]

A5)

- (a) [2 pts] ¿A qué se refiere cuando uno habla de los “nodos” de los armónicos esféricos?
- (b) [3 pts] ¿Para qué combinación de l y m los armónicos son simétricos alrededor del ecuador? Justifique su respuesta.

A6)

- (a) [2 pts] ¿Cómo se define la inclinación del campo geomagnético?
- (b) [3 pts] ¿Qué factores afectan la inclinación de la magnetización de una roca?

A7) [5 pts] Explique los factores que causan cambios en el campo geomagnético en la escala de tiempo de:

- (i) horas/días.
- (ii) años.
- (iii) millones de años.

Sección B [Elige 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B1) [12.5 pts total]

(a) [2.5 pts] ¿Que es acreción , y cómo se relaciona con la formación de nuestro sistema solar?

(b) [4 pts] Empezando con la fórmula para la liberación de energía gravitacional,

$$\Omega = \int_0^M \frac{Gm}{r} dm$$

muestre que, para la formación de un cuerpo homogéneo la energía gravitacional liberada es

$$\Omega = \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}$$

con M la masa del cuerpo y R su radio.

(c) [4 pts] Use parte (b), y los siguientes datos para estimar el aumento en la temperatura del Sol debido a su propia acreción:

- La fracción de energía gravitacional liberada como calor $\epsilon = 0.025$
- La densidad del Sol en promedio $\rho = 1.4 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$
- El radio del Sol $R = 6.9 \times 10^5 \text{ km}$
- El calor específico del Sol $C_P = 1000 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$
- $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$

(Como valor de referencia, la temperatura requerida para fusión nuclear es $\sim 1 \times 10^6 - 1 \times 10^7$ K)

(Cuide las unidades)

(d) [2 pts] ¿Qué otros factores influyen la temperatura que alcanza el Sol durante su formación?

Sección B [Elige 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B2) [12.5 pts total]

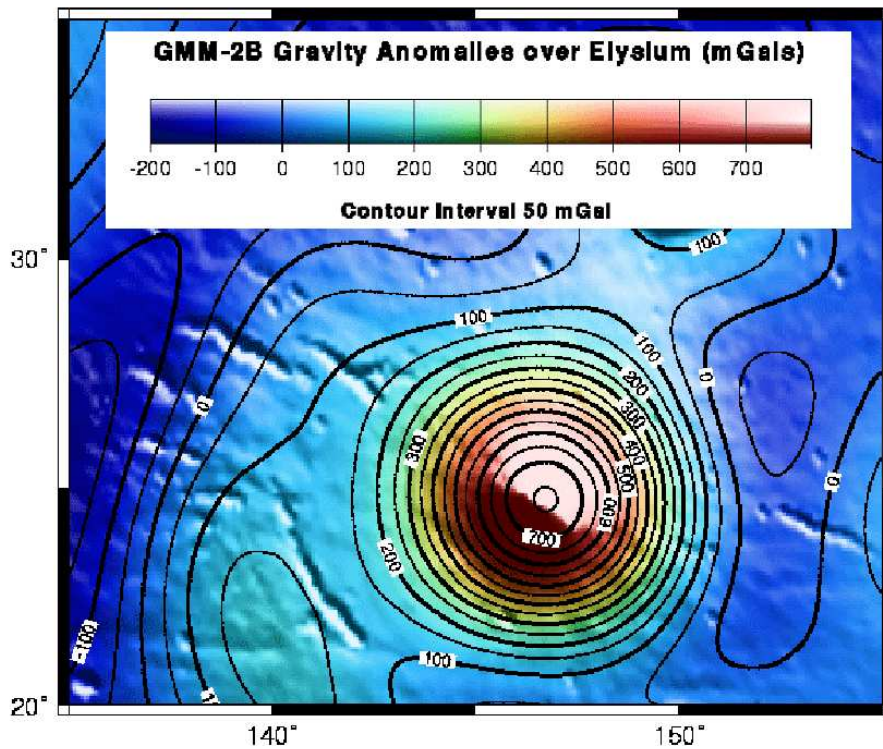
(a) [3 pts] Explique brevemente el concepto de isostasia y las isostasias de Airy y Pratt (con un ejemplo de cada uno).

(b) [4 pts] Explique la relación entre las dos diferentes anomalías de gravedad, y su relación con el nivel de compensación isostática que existe por una carga superficial.

$$dg_{FA} = -2\frac{hg}{r} \quad , \quad dg_B = 2\pi G\rho h$$

$$\Delta g_{FA} = g_{obs} - dg_{FA} - g_0(\lambda) \quad , \quad \Delta g_B = g_{obs} - dg_{FA} - g_0(\lambda) - dg_B$$

(c) [5.5 pts] La figura muestra la anomalía del aire libre sobre un volcán llamado Elyslum en el planeta Marte. El volcán tiene una altura de 13.9 km.

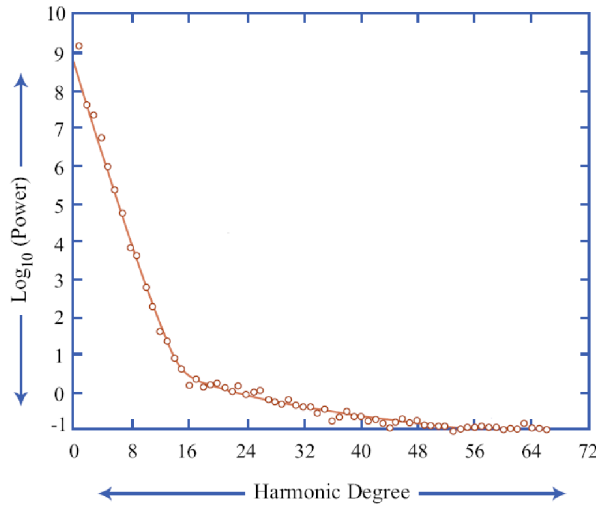


(i) En general, ¿esta carga topográfica esta compensada por isostasia?

(ii) Si hubo absolutamente ningún compensación, ¿qué valores se esperaba para las anomalías de Bouguer y aire libre en el centro de la carga? (Use $\rho_{\text{Rocas Marte}} \approx 2900 \text{ kgm}^{-3}$; $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$; $1 \text{ ms}^{-2} = 1 \times 10^5 \text{ miligal}$).

Sección B [Elige 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B3) [12.5 pts total]



Potencia normalizada para los armónicos esféricos del campo interno geomagnético, con respecto al grado l , para un radio de la superficie de la Tierra.

La figura muestra el espectro de potencia para el campo geomagnético, dado por la ecuación:

$$I_l = \frac{1}{4\pi a^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{B}_1 a^2 \sin \theta d\theta d\phi = \left(\frac{a}{r}\right)^{2l+4} (l+1) \sum_{m=0}^l [(g_l^m)^2 + (h_l^m)^2]$$

- (i) [3 pts] Explique en palabras qué representa la ecuación para I_l .
- (ii) [2 pts] Explique por qué hay dos pendientes en el espectro
- (iii) [2 pts] ¿Qué pasará con las contribuciones relativas para cada l al espectro cuando $r \rightarrow \infty$?
- (iv) [3 pts] Calcule las contribuciones relativas del dipolo, cuadrupolo, octopolo al campo geomagnético, cuando el campo esta medido por un satélite en una órbita con una altura de 5 veces el radio de la Tierra. (Llenar los espacios ??? en la tabla).

	Superficie (nT)	CMB (nT)	Satélite (nT)
dipolo ($l = 1$)	43000	260000	???
cuadrupolo ($l = 2$)	8100 (19% del dipolo)	89000 (35% del dipolo)	???
octopolo ($l = 3$)	6100 (14% del dipolo)	120000 (47% del dipolo)	???

Amplitud de las componentes l del campo en la superficie de la Tierra, en el borde núcleo-manto (CMB) y en el radio de una órbita de un satélite. Los unidades son en nT.

- (v) [2.5 pts] Dibuje su estimación del espectro de potencia para el campo gravitacional de la Tierra.

Sección B [Elige 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B4) [12.5 pts total]

Las ecuaciones de Maxwell:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} + \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho_E\end{aligned}$$

con $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$ y $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$.

(i) [1.5 pts] ¿Cuál es la aproximación magnetohidrodinámica (MHD) que se aplica en el núcleo de la Tierra, y cómo modifica las ecuaciones de Maxwell?

(ii) [5 pts] Use la ley de Ohm

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

junto con las ecuaciones de Maxwell (con la aproximación MHD), y con la identidad vectorial $\nabla \times \nabla \times () = \nabla \nabla \cdot () - \nabla^2()$ para llegar a la ecuación de inducción magnética

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{H}) + \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla^2 \mathbf{H}$$

(iii) [2 pts] Esta ecuación gobierna la evolución temporal de un campo magnético complejo en el núcleo. ¿Por qué no se puede representar el campo magnético en el núcleo con los armónicos esféricos?

(iv) [2 pts] ¿Qué representa \mathbf{v} en la ecuación de inducción magnética?

(v) [2 pts] En el caso en que $\mathbf{v} = 0$, ¿qué le pasaría al campo?