

## Geofísica de la Tierra Sólida 2011 - Certamen 1

2 horas

**Importante: Hay que elegir 5 de las 7 preguntas de la sección A, y elegir 2 de las 4 preguntas en la sección B.**

La sección A consta de 25 puntos, la sección B de 25.

**Sección A [Elige 5 de las 7 preguntas. Todas las preguntas constan de 5 pts (=50% en total)]**

A1)

(a) [3 pts] Use los siguientes datos para calcular ¿cual entre el Sol y la Tierra parece más una esfera homogénea?

Parámetro	Sol	Tierra
Masa (kg)	$1.989 \times 10^{30}$	$5.974 \times 10^{24}$
Radio (km)	696000	6371
I (kgm <sup>2</sup> )	$5.7 \times 10^{46}$	$7.9 \times 10^{37}$

(b) [2 pts] La elipticidad de la Tierra es 0.0034 y la del Sol es 0.00005. ¿Por qué el Sol tiene menor elipticidad que la Tierra?

A2)

(a) [2 pts] ¿Qué son los cóndrulos?

(b) [3 pts] ¿Qué factores indican que los cóndrulos se enfriaron muy rápido?

A3)

(a) [3 pts] Una aproximación para la fuerza de gravedad de la Tierra es

$$g = \frac{GM}{r^2} - 3 \frac{GJ_2 M a^2}{r^4} \left( \frac{3}{2} \sin^2 \lambda - \frac{1}{2} \right) - r\omega^2 \cos^2 \lambda \quad (2.30 \text{ en los apuntes})$$

Explique los tres términos que aparecen en la ecuación.

(b) [2 pts] Use  $g_{\text{Tierra}} \approx 9.81 \text{ ms}^{-2}$  y  $r_{\text{Tierra}} \approx 6371 \text{ km}$ , para estimar la tasa de rotación necesaria para que gente a una latitud  $45^\circ$  Sur su fuerza neta sea nula (¿Cuánto duraría un día en este caso?)

A4)

[5 pts] ¿Cómo funciona la balanza de torsión de Cavendish? ¿Para qué se usa?

A5)

[5 pts] La figura muestra la ubicación del polo norte magnético de hoy (82.3° Norte, 113.4° Oeste)

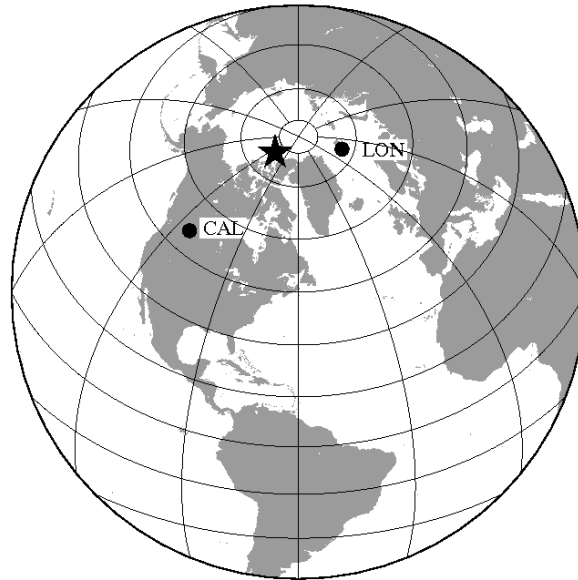


Fig A5: Ubicación del polo norte magnético (estrella), el pueblo de Longyearbyen (LON) y la ciudad de Calgary (CAL).

Estime la inclinación y declinación (aproximadamente) del campo magnético en:

- (i) El pueblo mas al norte del mundo, Longyearbyen (Svalbard, Noruega) (78.2° Norte, 15° Este)
- (ii) La ciudad de Calgary (Canadá) (51° Norte, 114° Oeste)

A6)

[5 pts] La fórmula para la representación del potencial magnético Terrestre usando armónicos esféricos es:

$$V_m(r, \theta, \phi) = a \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left\{ \left( \frac{a}{r} \right)^{l+1} [g_l^m \cos m\phi + h_l^m \sin m\phi] \right\} P_l^m(\cos \theta) \quad (3.2 \text{ en los apuntes})$$

¿Qué significan  $r$ ,  $\theta$ ,  $\phi$ ,  $a$ ,  $l$ ,  $m$ ,  $g_l^m$ ,  $h_l^m$ ,  $P_l^m$  en esta ecuación?

A7)

[5 pts] Use la definición de la inclinación magnética

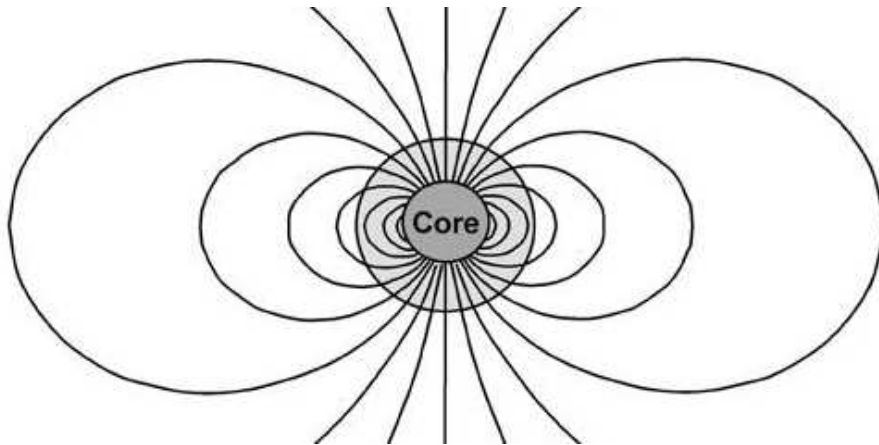
$$\tan I = \frac{Z}{H} \equiv \frac{\partial r}{r \partial \theta}$$

y el hecho que, para un campo dipolar,

$$\tan I = 2 \tan^{-1} \theta$$

para mostrar que las líneas de fuerza de un campo dipolar cumplen la relación

$$r = A \sin^2 \theta$$

con  $A$  constante.Fig A7: Líneas de fuerza de un campo dipolar cumplen la relación  $r = A \sin^2 \theta$  (dibujo hecho con varios valores del constante  $A$ ).

**Sección B [Elige 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]**

B1) [12.5 pts total]

Una roca que contiene un monto de rubidio y estroncio inicial ( $^{87}\text{Rb}_0$  y  $^{87}\text{Sr}_0$ , respectivamente), tiene su monto del isótopo  $^{87}\text{Rb}$  después de un tiempo  $t$  como:

$$^{87}\text{Rb} = ^{87}\text{Rb}_0 e^{-\lambda_{87}t} \text{ con } \lambda_{87} = 1.42 \times 10^{-11} \text{ año}^{-1}$$

(a) [2 pts] Encuentre una expresión equivalente para  $^{87}\text{Sr}$  en términos de  $^{87}\text{Sr}_0$ ,  $^{87}\text{Rb}$ ,  $\lambda_{87}$  y  $t$ .

(b) [4 pts] Para obtener la edad de la roca, hay que tomar varias muestras y comparar las proporciones de los isótopos padre y hija con un isótopo estable, en este caso  $^{86}\text{Sr}$ . La proporción  $\frac{^{87}\text{Sr}_0}{^{86}\text{Sr}_0}$  es una constante determinada por la composición inicial de la roca. Muestre que con este método las proporciones de  $\frac{^{87}\text{Rb}}{^{86}\text{Sr}}$  contra  $\frac{^{87}\text{Sr}}{^{86}\text{Sr}}$  caen en una línea recta y encuentre expresiones para su pendiente y su intersección con el eje- $y$ .

(c) [2 pts]

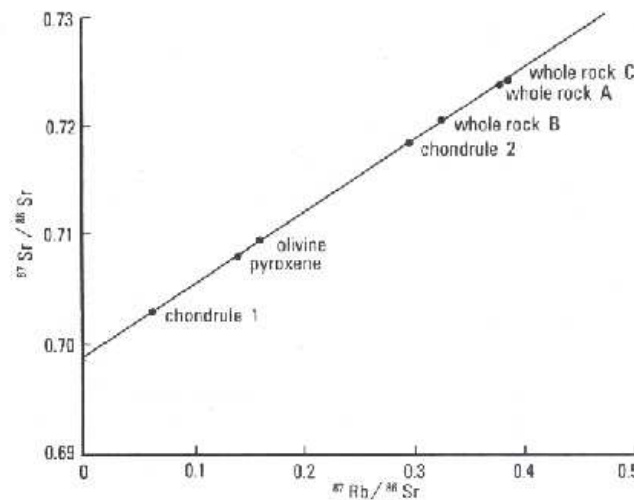


Fig B1: Resultados de  $\frac{^{87}\text{Rb}}{^{86}\text{Sr}}$  contra  $\frac{^{87}\text{Sr}}{^{86}\text{Sr}}$  para varias muestras de un meteorito encontrado en Antártica.

El gráfico muestra mediciones de  $\frac{^{87}\text{Rb}}{^{86}\text{Sr}}$  contra  $\frac{^{87}\text{Sr}}{^{86}\text{Sr}}$  para un meteorito. Las mediciones son hechas en partes de la roca entera, y en minerales individuales dentro de ella. Encuentre la edad de esta roca.

(d) [2.5 pts] Si la precisión en la medición de  $\frac{^{87}\text{Rb}}{^{86}\text{Sr}}$  es 0.001; haga una estimación de la mínima edad de una roca que se puede determinar con este método.

(e) [2 pts] Existen reportajes de cristales de circón en rocas sedimentarias de Australia con edades de  $4.4 \times 10^9$  años. ¿Qué significa tomar una edad radiométrica de una roca sedimentaria?

B2) [12.5 pts en total]

(a) [4 pts] Explique el principio de isostasia y ambos casos de Airy y Pratt.

(b) [2.5 pts]



Fig B2a: Doblamiento de la litosfera debido a un campo de hielo. (Gráfico no está a escala).

Use isostasia para calcular el hundimiento de la litosfera  $x$  en km debido a una capa de hielo con un espesor de 1 km. Supone que  $\rho_{\text{hielo}} = 1000 \text{ kgm}^{-3}$  y  $\rho_{\text{manto}} = 3300 \text{ kgm}^{-3}$ .

(c) [4 pts]

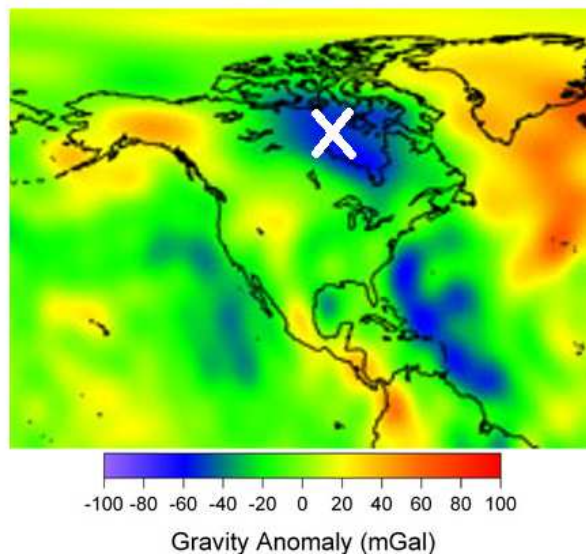


Fig B2b: La anomalía de gravedad del satélite GRACE, la Bahía de Hudson es marcada con una cruz.

La Bahía de Hudson en Canada hoy en día es enta su periodo de deshielo y muestra una anomalía negativa de gravedad. Use el grafico, su respuesta a parte (b), el hecho que  $1 \text{ ms}^{-2}$  es  $1 \times 10^5 \text{ mGal}$  y el hecho que una capa con espesor  $h$  da una gravedad adicional de  $2\pi G\Delta\rho h \text{ ms}^{-2}$ , para estimar el espesor del campo de hielo en la última glaciación. ( $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$ ,  $\rho_{\text{corteza}} = 2700 \text{ kgm}^{-3}$ ).

(d) [2 pts] La tasa del rebote post-glacial en Patagonia es  $\sim 2$  veces más rápido que lo que se esperaba. De razones por esto.

B3) [12.5 pts en total]

La ecuación que gobierna el proceso de la generación del campo magnético en el núcleo es:

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{H}) + \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla^2 \mathbf{H} \quad (3.46 \text{ en los apuntes})$$

(a) [2.5 pts] ¿Cuáles son las fuentes de energía para mantener corrientes de convección (es decir,  $\mathbf{v}$ ) en el núcleo?

(b) [2 pts] Si no hay una patrón del flujo  $\mathbf{v}$  en el núcleo externo, ¿qué pasaría al campo geomagnético?

(c) [4 pts] El gráfico B3a muestra la inclinación, la declinación y la intensidad del campo magnético (medidas en un lugar en México) durante una inversión de él.

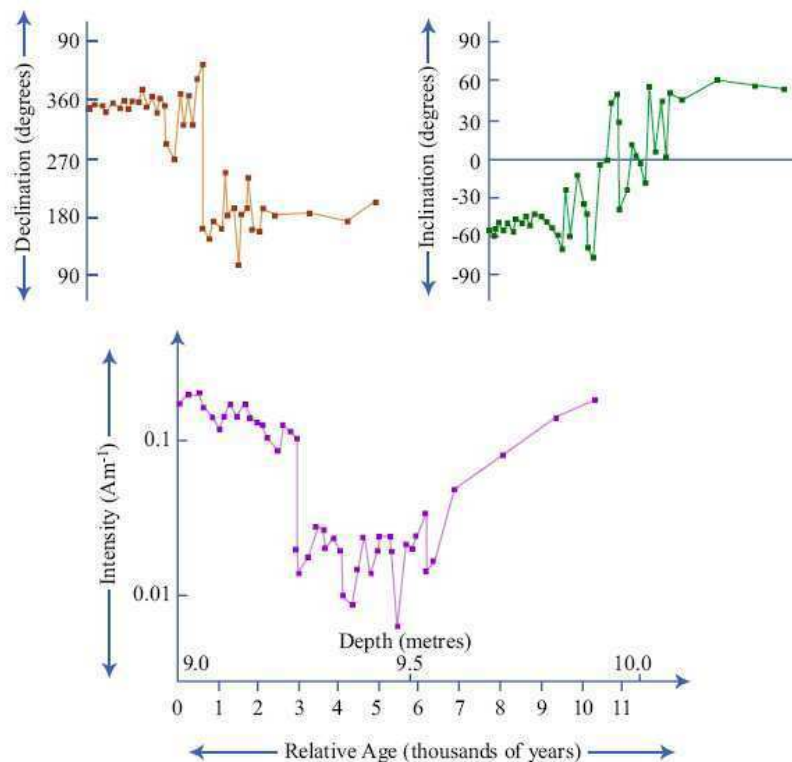


Fig B3a: Registro detallado de una inversión desde una secuencia sedimentaria del mar que fue rápidamente depositada. Esta secuencia sedimentaria se encuentra en Jaramillo, México.

- (i) Use el gráfico para estimar la tasa de sedimentación en cm/año.
- (ii) El gráfico muestra una inversión normal  $\rightarrow$  inverso o vice versa?
- (iii) Explique el cambio abrupto en la declinación, en comparación con el cambio más gradual en la inclinación.

(d) [4 pts] El gráfico B3b muestra datos de una anomalía magnética a través de una dorsal oceánica.

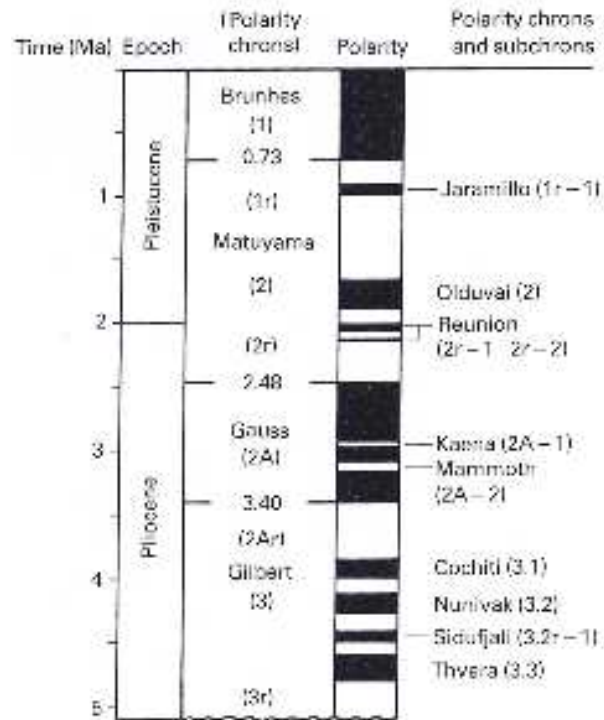
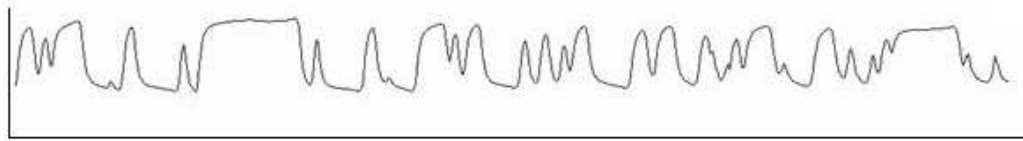


Fig B3b: Un perfil de una anomalía magnética a través de una dorsal oceánica. La escala- $x$  es distancia a lo largo del perfil. Abajo muestra la escala de tiempo de polaridad magnética para los últimos 5 millones de años.

- (i) ¿Qué se mide a lo largo del perfil, y cómo se mide?
- (ii) Indique las posiciones de la dorsal oceánica y donde la corteza oceánica tiene una edad de 3 millones de años, y de una razón para su respuesta.

B4) [12.5 pts en total]

La solución para la ecuación de Laplace,

$$\nabla^2 U = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 U}{\partial \phi^2} = 0 \quad (2.47)$$

puede ser escrito en la forma de armónicos esféricos:

$$U(r, \theta, \phi) = \left\{ \begin{array}{l} r^l \\ \left(\frac{1}{r}\right)^{(l+1)} \end{array} \right\} [A_l^m \cos m\phi + B_l^m \sin m\phi] P_l^m(\cos \theta) \quad (2.58)$$

En este caso, los polinómios de Legendre,  $P_l^m(\mu)$  con  $\mu = \cos \theta$ , cumplen

$$(1 - \mu^2) \frac{d^2 P}{d\mu^2} - 2\mu \frac{dP}{d\mu} + \left[ l(l+1) - \frac{m^2}{1 - \mu^2} \right] P = 0 \quad (2.55)$$

y tienen una solución

$$P_l^m(\mu) = \frac{1}{2^l l!} (1 - \mu^2)^{\frac{m}{2}} \frac{d^{(l+m)}}{d\mu^{(l+m)}} (\mu^2 - 1)^l, \quad (2.57)$$

(a) [4 pts] Los armónicos sectoriales están dados para  $l = m$ . Muestre que, si  $l = m$ ,

$$P_l^l(\theta) \propto \sin^l \theta$$

(b) [2 pts] ¿Qué representan las líneas nodales para un cierto armónico dado por  $l$  y  $m$ ?

(c) [4 pts] Encuentre una expresión para las líneas nodales para los armónicos sectoriales. ¿Cuántas líneas nodales existen para un cierto  $l$ ?

(d) [2.5 pts] Dibuje las esferas blanco-negro que representan los primeros 3 armónicos sectoriales ( $l = 0, 1, 2$ ). ¿Qué representan las secciones blanco y negro?