

Geofísica de la Tierra Sólida 2010 - Certamen 2

2 horas

Importante: Hay que elegir 5 de las 7 preguntas de la sección A,
y elegir 2 de las 4 preguntas en la sección B.

La sección A consta de 25 puntos, la sección B de 25.

Sección A [Elige 5 de las 7 preguntas. Todas las preguntas constan de 5 pts (=50% en total)]

A1)

(a) [2 pts] ¿Cuales son las unidades para las componentes del tensor de estrés, σ_{ij} , y del tensor de tensión, ϵ_{ij} ?

(b) [3 pts] Para el tensor de estrés:

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (1)$$

¿cuáles son las condiciones para (i) estrés uniaxial y (ii) estrés cortante puro?

A2)

(a) [3 pts] ¿Cómo varían las amplitudes de las ondas de (i) cuerpo, y (ii) superficie, con la distancia de un terremoto?

(b) [2 pts] Entonces, ¿cómo se sintió el terremoto chileno de 27 de febrero (magnitud 8.8), para gente ubicada en Buenos Aires, Argentina?

A3)

[5 pts] Para las ondas superficiales ¿cual es su dispersión? ¿Por qué ondas de superficie muestran dispersión?

A4)

(a) [3 pts] La velocidad de la onda P esta dada por

$$\alpha = \sqrt{\frac{\kappa + \frac{4}{3}\mu}{\rho}} \quad (2)$$

donde μ y κ son la rigidez y el modulo de volumen respectivamente. ¿Qué representan físicamente μ y κ ?

(b) [2 pts] En el manto la densidad, ρ , generalmente aumenta con profundidad. ¿Por qué aumenta α también?

A5) En prospección se pueden usar ondas P y S para investigar la estructura de la corteza.

[5 pts] Si existe una capa de petróleo en la Tierra [baja velocidad de onda P , casi sin rigidez ($\mu \approx 0$)], ¿cómo afectará las curvas de tiempo de viaje para ambas ondas P y S ?

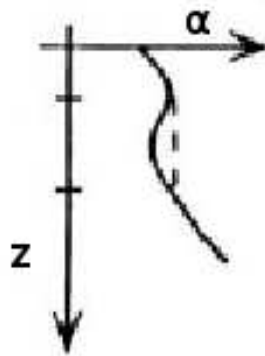


Fig A5: Una zona de baja velocidad en la corteza. α es la velocidad de la onda P .

A6)

[5 pts] ¿Qué es la circulación hidrotermal? ¿Qué tipo de transferencia de calor es?

A7) La pérdida de energía de la superficie de la Tierra es $\sim 4.2 \times 10^{13} \text{W}$, mientras que la generación de energía dentro de la Tierra es $\sim 3.2 \times 10^{13} \text{W}$

INCOME	
Crustal radioactivity	8.2
Mantle radioactivity	19.9
Latent heat and gravitational energy released by core evolution	1.2
Gravitational energy of mantle differentiation	0.6
Gravitational energy released by thermal contraction	2.1
TOTAL	<u>32.0</u>
EXPENDITURE	
Crustal heat loss	8.2
Mantle heat loss	30.8
Core heat loss	<u>3.0</u>
TOTAL	<u>42.0</u>
NET LOSS OF HEAT	10.0

Fig A7: Transferencia de calor. Cifras están en 10^{12} W .

[5 pts] Si

$$C_{P[\text{silicatos}]} \approx 7.1 \times 10^2 \text{ Jkg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$C_{P[\text{hierro}]} \approx 4.6 \times 10^2 \text{ Jkg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$M_{\text{manto}} \approx 4.1 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$M_{\text{nucleo}} \approx 1.9 \times 10^{24} \text{ kg} \quad (3)$$

Calcule el cambio en la temperatura de la Tierra en 4.5×10^9 años.

Sección B [Elige 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B1) [12.5 pts]

(a) [3 pts] Ordenen las fases sísmicas SKS , PKS , PKP , SKP según sus tiempos de llegada.

(b) [3 pts] Dibujen (o expliquen que significan) las fases sísmicas $PKiKP$, $PKIKP$, $PKJKP$.

(c) [3.5 pts] Usen los siguientes datos para los tiempos de viaje $t(\Delta)$:

$$\begin{aligned} t(0)_{PKiKP} &= 994.6\text{s} \\ t(180)_{PKIKP} &= 1214.5\text{s} \\ t(180)_{PKJKP} &= 1634.0\text{s} \end{aligned} \quad (4)$$

y el radio del núcleo interno:

$$r_{NI} = 1222\text{km} \quad (5)$$

para estimar las velocidades de la onda P y la onda S (en promedio) en el núcleo interno.

(d) [3 pts] Use sus valores de parte (c) para estimar μ y κ en el núcleo interno (de estudios sobre Hierro, su densidad es $\approx 13.5\text{gcm}^{-3}$ en el núcleo interno). Recuerden:

$$\begin{aligned} \alpha &= \sqrt{\frac{\kappa + \frac{4}{3}\mu}{\rho}} \\ \beta &= \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \end{aligned} \quad (6)$$

B2) [12.5 pts]

(a) [4 pts] Use la separación de variables para mostrar que la ecuación de movimiento para la onda P :

$$(\lambda + 2\mu)\nabla^2\phi = \rho\frac{\partial^2}{\partial t^2}\phi \quad (7)$$

tiene solución

$$\phi(x, y, z, t) = \text{cte.}e^{i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)} \quad (8)$$

donde $\omega = \alpha|\mathbf{k}|$, $\alpha = \sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}}$, y la onda se propaga en la dirección positiva.

(b) [2 pts] El desplazamiento del medio debido a la onda P es $\mathbf{u} = \nabla\phi$. Muestre que \mathbf{u} está en la misma dirección que la trayectoria de la onda.

(c) [2 pts] Para ondas S , $\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$. ¿En un sólido de Poisson ($\lambda = \mu$) cuál es la tasa entre α y β ?

(d) [4.5 pts]

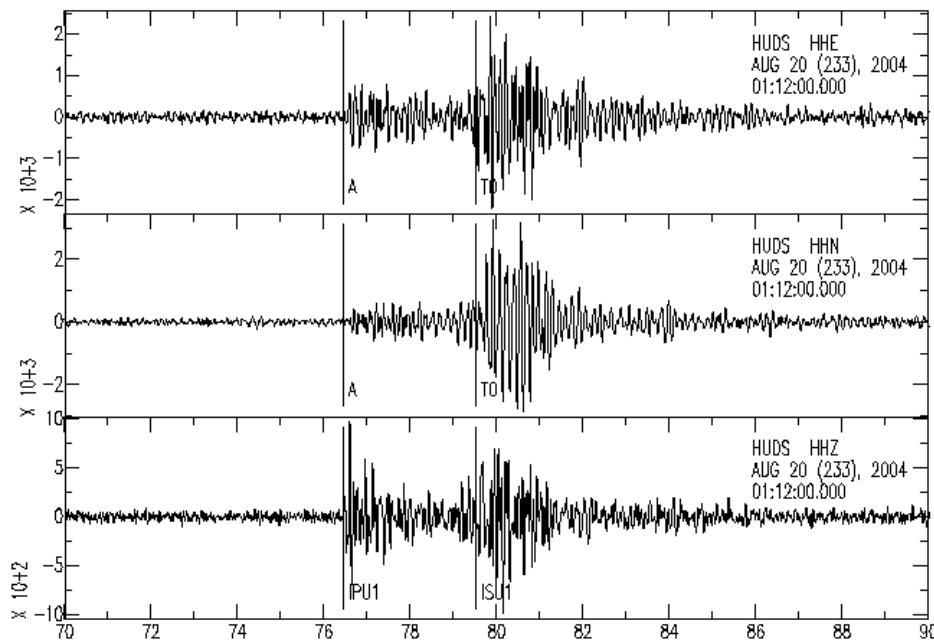


Fig B2: Sismo de volcán Hudson, 2004.

El gráfico muestra un sismo (baja magnitud) del volcán Hudson con las ondas P (IPU1) y S (ISU1) marcadas. La escala de tiempo esta en segundos, y existen tres componentes: este (HHE), norte (HHN) y vertical (HHZ). Si $\alpha = 6\text{kms}^{-1}$ cerca la superficie de la Tierra, y suponiendo que la corteza es un sólido de Poisson, ¿cuál es la distancia entre el sismo y el instrumento?

B3) [12.5 pts]

(a) [3 pts] El desplazamiento debido a las ondas P y S está dada por:

$$\mathbf{u} = \nabla\phi + \nabla \times \boldsymbol{\psi} \quad (9)$$

¿Para una onda que se propaga en el plano x - z , cuáles de las componentes ϕ , ψ_x , ψ_y , ψ_z están asociadas con las ondas P , SV y SH ?

(b) [2.5 pts] ¿Por qué hay acoplamiento de las ondas P y SV en una superficie mientras que ondas SH están en su propio sistema?

(c) [2 pts] Sismómetros normalmente tienen 3 componentes; 1 vertical y 2 horizontales. Es posible rotar las dos componentes horizontales a radial y transversal. ¿Qué significan las componentes radial y transversal, en relación con la trayectoria del rayo?

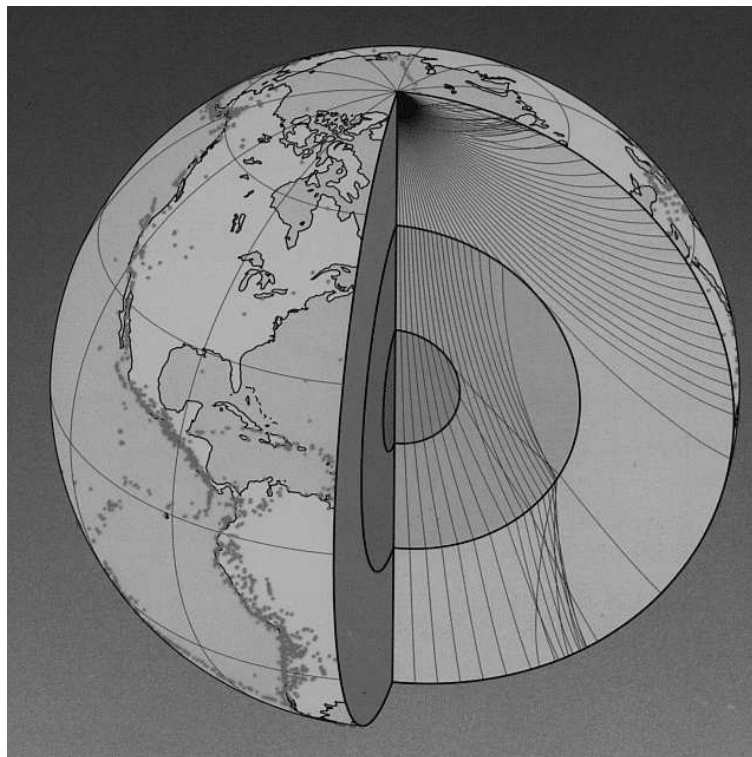


Fig B3: Las trayectorias de rayos por la Tierra.

(d) [3 pts] La fase S de un terremoto puede llegar en la componente transversal (SH), sin embargo la fase SKS no debe llegar en la componente transversal. ¿Por qué?

(e) [2 pts] ¿En qué componente debe llegar la onda Love? ¿Por qué?

B4 [12.5 pts]

(a) [4 pts] De la ecuación de difusión:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \nabla^2 T \quad (10)$$

el tiempo t necesario para que calor recorra una distancia L esta dado por

$$L = \sqrt{\kappa t} \quad (11)$$

con κ la difusividad térmica; $\kappa \approx 2 \times 10^{-6} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$. Estime el tiempo para la transferencia de calor a través de:

- (i) El lado de una tasa con un espesor de 2 mm.
- (ii) Una capa con un espesor de 6000 km.

La (ii) es aproximadamente el tiempo requerido para el enfriamiento de la Tierra solamente por la conducción. ¿Por qué es distinto de la edad de la Tierra?

(b) [8.5 pts] La ecuación de difusión térmica puede ser escrita:

$$\rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 T + H \rho \quad (11)$$

donde ρ es densidad, H es la producción de calor dentro del volumen por unidad de masa, C_P es calor específico, k es la conductividad térmica.

(i) ¿Cuál es la geoterma?

(ii) Para un planeta con radio a y una temperatura de superficie de cero, la variación de temperatura con la profundidad, en un estado constante, esta dada por:

$$T(r) = \frac{\rho H (a^2 - r^2)}{6k} \quad (12)$$

Muestre que $T(r)$ esta una solución a la ecuación (11) para un planeta esférico. Note que

$$\nabla^2 T = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} \quad (13)$$

(iii) Usando $k = 4 \text{W/mK}$, $H = 10^{-10} \text{W/kg}$, $\rho = 5.5 \text{g/cm}^3$; encuentre la temperatura en el centro de los planetas con radios de 10km, 100km y 1000km.

(iv) ¿Qué tamaño tiene un planeta que está en el limite de estar fundido en su centro (asume que su material empieza a fundirse a 1000°C)?