

Math.
Pauta (Inicial)
1

Geofísica de la Tierra Sólida 2012 - Certamen 2

2 horas

Importante: Hay que elegir 5 de las 7 preguntas de la sección A, y elegir 2 de las 4 preguntas en la sección B.

La sección A consta de 25 puntos, la sección B de 25.

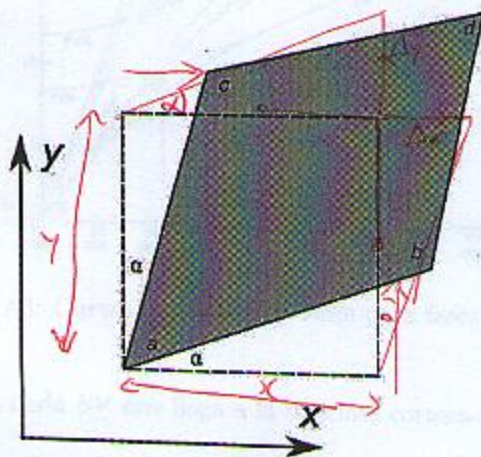
Sección A [Elige 5 de las 7 preguntas. Todas las preguntas constan de 5 pts (=50% en total)]

A1) [5 pts total]

La figura muestra una deformación (strain) en dos dimensiones. El elemento no cambia su área.

- (a) [1 pts] ¿Qué tipo de deformación es? **CIZALLE/SHEAR STRAIN**
 (b) [4 pts] ¿Para esta situación, qué son los componentes del tensor de deformación, ϵ_{ij} , en términos del ángulo α ?

$$\epsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} \end{pmatrix}$$



$\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = 0$

$\epsilon_{xy} = \frac{\Delta y}{x} = \tan \alpha \approx \alpha$

$\epsilon_{yx} = \frac{\Delta x}{y} = \tan \alpha \approx \alpha$

$\epsilon_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & \tan \alpha \\ \tan \alpha & 0 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0 & \alpha \\ \alpha & 0 \end{pmatrix}$

Fig A1: Una deformación en 2 dimensiones.

A2) [5 pts total]

Las velocidades de las ondas sísmicas son dadas por:

$$\alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{\kappa + \frac{4}{3}\mu}{\rho}} ; \beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

(a) $\alpha = \sqrt{3} \beta$

(a) [2 pts] Siempre en la Tierra $\lambda = \mu$. ¿Qué es **el valor de** la tasa entre las velocidades de las ondas P y S en esta situación?

(b) [3 pts] ¿Qué representan λ, μ, κ y ρ en estas expresiones?

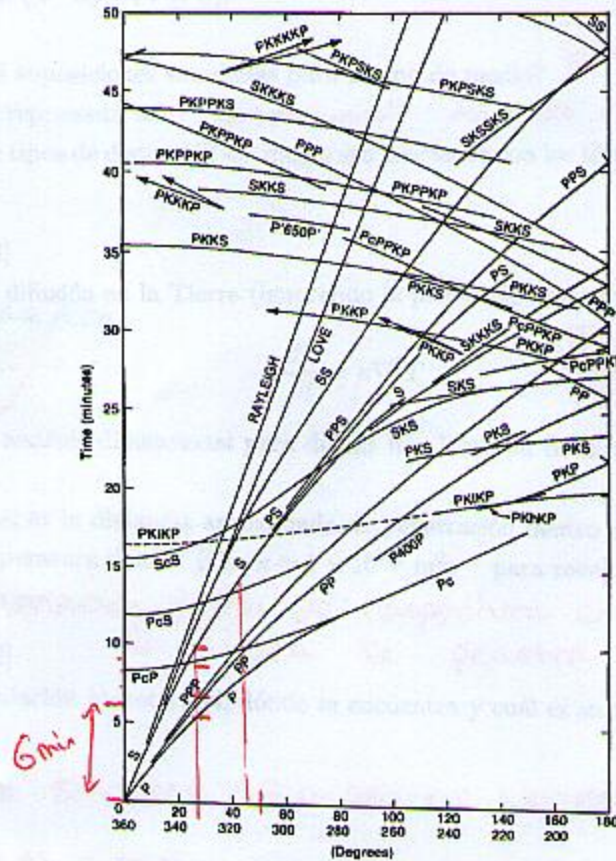
(b) λ, μ parámetros de Lamé

- resistencia a cizalle $\rightarrow \mu$ - rigidez / módulo de corte
- resistencia a compresión $\rightarrow \lambda$ - no tiene significado físico.
- κ - módulo de incompresibilidad / Bulk modulus
- ρ - densidad

A3) [5 pts total]

Un sismograma muestra una onda P llegando en una estación en un cierto día en la tarde a las 16 horas, 34 minutos y 13 segundos. La onda S llega a las 16 horas, 40 minutos y 08 segundos.

Use la figura para estimar la distancia entre el epicentro y la estación en kilómetros.



Time S - tiempo P ≈ 6 min.
 dist $\approx 45^\circ$
 $\times 111$
 ≈ 5000 km.

Fig A3: Curvas de tiempo de viaje para fases sísmicas.

A4) [5 pts total]

La figura muestra una onda SV que llega a la interfase corteza-mar.

- (a) [3 pts] Dibuje las ondas reflectadas y refractadas en esta situación.
- (b) [2 pts] ¿Qué pasará si la onda inicial es una onda SH?

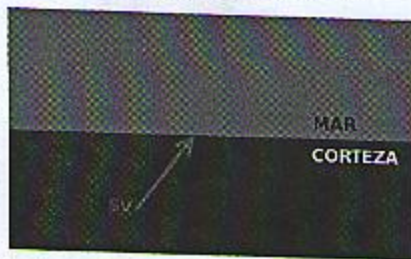
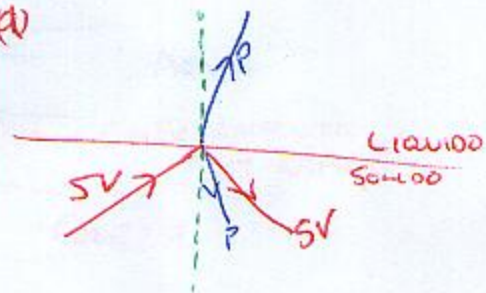
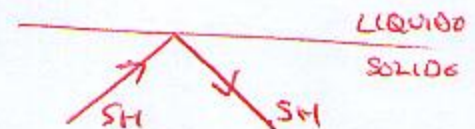


Fig A4: Onda SV en una interfase sólido-líquido. (b)

ONDAS S NO SE PROPAGAN EN LÍQUIDOS.



SH no acoplados a P entonces hay solamente una reflexión de la onda SH



A5) [5 pts total]

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = (\lambda + 2\mu)\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \mu(\nabla \times \nabla \times \mathbf{u})$$

Las soluciones a la ecuación de movimiento en un medio son funciones oscilatorias asociadas con los términos $(\nabla \cdot \mathbf{u})$ y $(\nabla \times \mathbf{u})$.

(a) [2 pts] ¿Qué suposiciones son dadas para el tipo de medio?

isotropico, continuo, homogéneo, elástico

(b) [1 pt] ¿Qué representa \mathbf{u} ?

desplazamiento del medio de su posición de equilibrio

(b) [2 pts] ¿Qué tipos de distorsión del medio son asociados con los términos $(\nabla \cdot \mathbf{u})$ y $(\nabla \times \mathbf{u})$?

A6) [5 pts total]

La ecuación de difusión en la Tierra (ignorando la producción de calor) es dada por:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \nabla^2 T$$

(a)

~~UPS!~~ $\kappa \sim \frac{L^2}{t}$

(a) [3 pts] Use análisis dimensional para definir una longitud de difusión y explique lo que representa.

$L^2 \sim \kappa t$
 $L \sim \sqrt{\kappa t}$

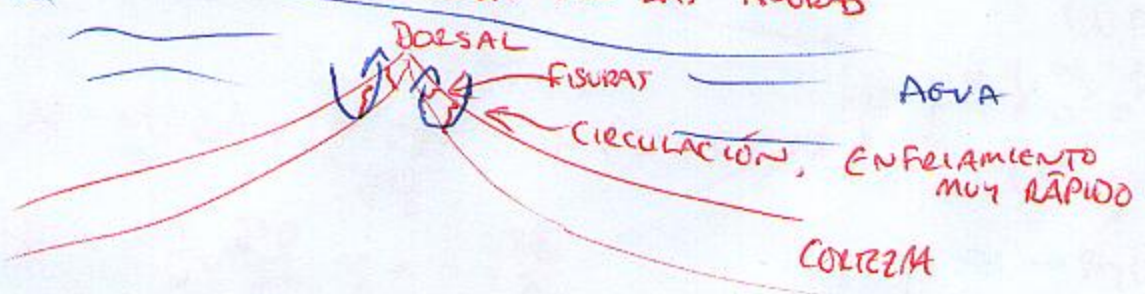
(b) [2 pts] ¿Cuál es la distancia aproximada de penetración dentro de la Tierra de un fluctuación de temperatura diaria? [Use $\kappa \approx 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ para roca].

La variación diaria de temperatura en la superficie de la Tierra se penetra $\approx 20 \text{ cm}$ dentro de la Tierra.

A7) [5 pts total]

¿Qué es la circulación hidrotermal, dónde se encuentra y cuál es su mecanismo de transferencia de calor?

- BLACK SMOKERS / FUMAROLAS NEGROS
- EN LAS DORSALES OCEANICAS, NUEVA CORTEZA (BASALTO) CERCA LA DORSAL ES MUY DELGADA, TIENE FISURAS (GRIETAS).
- HAY CIRCULACION DEL AGUA POR LAS FISURAS



- CONVECCION (EL AGUA SE MUEVE Y LLEVA EL CALOR CON EL)

(b) t es $\frac{1}{2}$ día
 ≈ 43200 segundos
 $L \sim \sqrt{\kappa t}$
 $\sim \sqrt{1 \times 10^{-6} \times 43200}$
 $\sim \sqrt{0.0432}$
 ~ 0.2
approx. 20 cm

Sección B [Elige 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B1) [12.5 pts total] HORRIBLE QUESTION.

La teorema de Helmholtz dice que el desplazamiento en la Tierra \mathbf{u} puede ser descompuesto en

$$\mathbf{u} = \nabla\Phi + \nabla \times \Psi$$

Φ potencial escalar sin rotor
 Ψ potencial vectorial sin divergencia

(a) [2.5 pts] ¿Qué son las restricciones puestas sobre Φ y Ψ en este teorema?

$$\left[\begin{array}{l} \nabla \times \Phi = \vec{0} \\ \nabla \cdot \Psi = \vec{0} \end{array} \right]$$

(b) [6 pts] Use la ecuación de movimiento:

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = (\lambda + 2\mu) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \mu(\nabla \times \nabla \times \mathbf{u})$$

y la identidad vectorial

$$\nabla^2 \mathbf{a} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{a}) - (\nabla \times \nabla \times \mathbf{a})$$

para mostrar que:

- (i) El desplazamiento asociado con Φ es asociado con una ecuación que representa una onda que viaja a la velocidad de una onda P .
- (ii) El desplazamiento asociado con Ψ es asociado con una ecuación que representa una onda que viaja a la velocidad de una onda S .

(c) [4 pts] La solución a la ecuación que representa una onda S puede ser escrita como:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = B_n \times \mathbf{k} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$$

\mathbf{k} → vector de onda, ω → frecuencia angular
 $\omega = c |\mathbf{k}|$

- (i) ¿Qué representan \mathbf{k} y ω y cuál es la relación entre ellos?
- (ii) Para una onda S que se viaja horizontalmente en el plano $x-z$, con $B_n = (0, 3/5, 4/5)$, ¿qué es la tasa entre las amplitudes del parte SH y del parte SV ?

(b) $\rho \ddot{\mathbf{u}} = (\lambda + 2\mu) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \mu(\nabla \times \nabla \times \mathbf{u})$

(i) $\mathbf{u} = \nabla\Phi$

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla\Phi = (\lambda + 2\mu) \nabla(\nabla \cdot \nabla\Phi) - \mu(\nabla \times \nabla \times \nabla\Phi)$$

$$\nabla^2 \Phi = -\frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} ; \alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$$

(ii) $\mathbf{u} = \nabla \times \Psi$

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\nabla \times \Psi) = (\lambda + 2\mu) \nabla(\nabla \cdot \nabla \times \Psi) - \mu(\nabla \times \nabla \times (\nabla \times \Psi))$$

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\nabla \times \Psi) = -\mu(\nabla(\nabla \cdot \nabla \times \Psi) - \nabla^2(\nabla \times \Psi))$$

stretch → $\rho \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \mu \nabla^2 \Psi$

$$\nabla^2 \Psi = -\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} ; \beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

$\therefore \mathbf{k} = (1, 0, 0)$
 $B_n \times \mathbf{k} = (0, 0.6, 0.8) \times (1, 0, 0)$

$$= \begin{vmatrix} 0 & 0.6 & 0.8 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (0, 0.8, -0.6)$$

SH → $|u_y| = 0.8$

SV → $|u_z| = 0.6$

$$\frac{|SH|}{|SV|} = \frac{0.8}{0.6}$$

$$\frac{|SH|}{|SV|} = \frac{4}{3}$$

B2) [12.5 pts total]

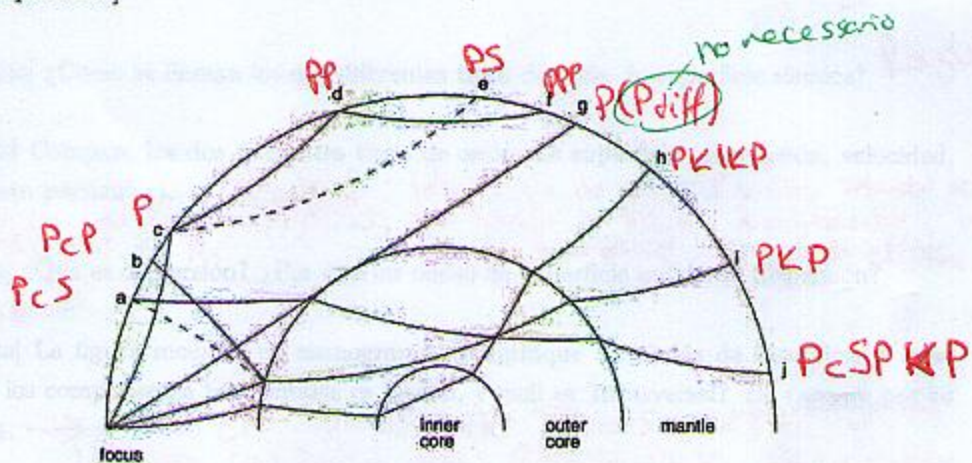


Fig B2a: Los caminos de rayos asociados con unas fases sísmicas.

(a) [5 pts] Identifique las fases sísmicas asociadas con los rayos a→j en la figura. Líneas sólidas son ondas P mientras que líneas discontinuas son ondas S.

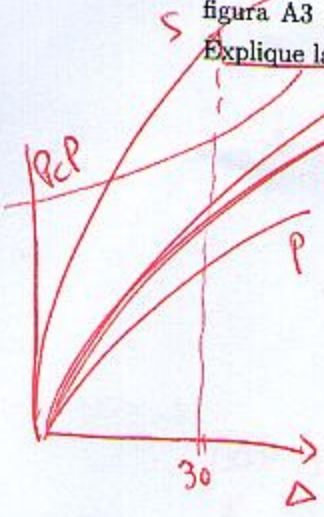
(b) [3 pts] ¿Por qué los rayos sísmicos tienen una curvatura y bruscamente cambian su trayectoria cuando cambian entre las diferentes capas de la Tierra?



Fig B2b: Un sismograma de la estación CTAO (componente vertical) mostrando la llegada de unas fases sísmicas. La escala de tiempo es minutos después de las 22h.

(c) [0.5 pts] ¿Qué mide un sismómetro?
 (d) [4 pts] El sismograma mostrado en la figura tiene las ondas P y S marcadas. Use la figura A3 para tratar de identificar las fases que llegan a 45 y 47 minutos en el registro. Explique las razones para su elección.

→ v_p, v_s
 Cambian con profundidad.
 • ρ, k, μ cambian con profundidad por P, T
 • A interfaces con grandes saltos en v_p, v_s , ley de Snell \Rightarrow cambio del ángulo del rayo.



$P \rightarrow S =$ un poco más de 4 minutos
 A es $\approx 25 \rightarrow 30^\circ$ (debe ser 30 creo)

- ① P
- ② PP o PPP (probablemente PP por su mayor amplitud)
- ③ PcP (supuestamente)
- ④ S

→ ver la figura A3, estamos considerando tiempo relativo entre fases.

B3) [12.5 pts total]

(a) [0.5 pts] ¿Cómo se llaman los dos diferentes tipos de onda de superficie sísmica?

(+ [Ground roll!])
Rayleigh / Love

(b) [4 pts] Compare los dos diferentes tipos de ondas de superficie (generación, velocidad, movimiento particular).

Rayleigh: interacción de ondas P y SV, velocidad $\approx 0.9\beta$, movimiento particular evanescente retrogrado elíptico en la superficie, progresa elíptico a profundidad

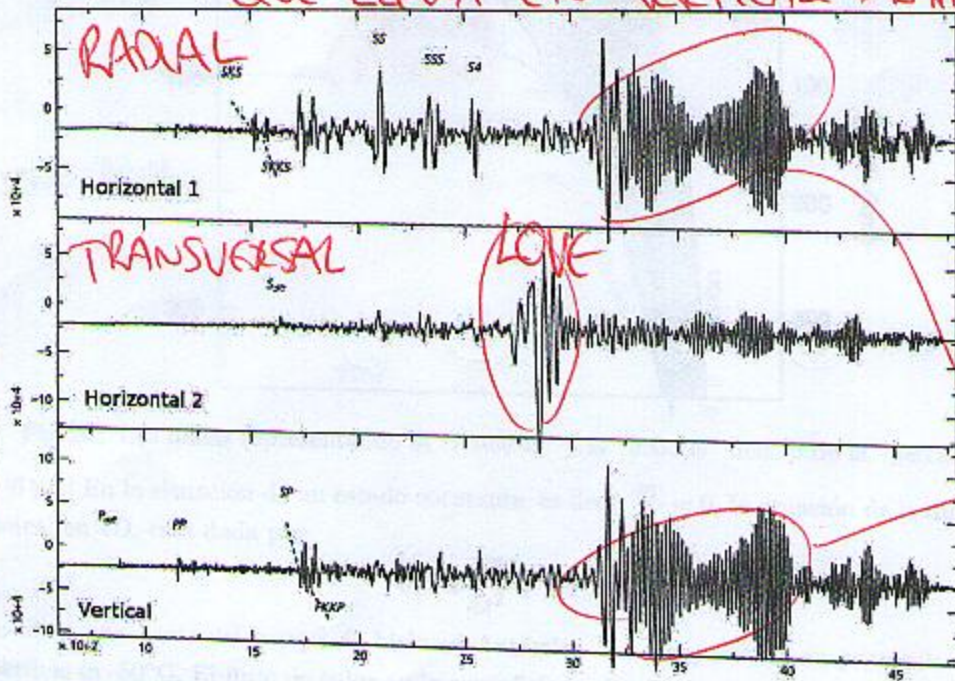
(c) [4 pts] ¿Qué es dispersión? ¿Por qué las ondas de superficie muestran dispersión?

Love: SH, guía de ondas en una capa superficial con baja velocidad, movimiento lateral (transversal) y evanescente

(d) [4 pts] La figura muestra un sismograma. Identifique las ondas de superficie y avise ¿cuál de los componentes horizontales es Radial, y cuál es Transversal? De razones por su respuesta.

→ LOVE EN COMPONENTE TRANSVERSAL Y VIAJA UN POCO MAS RAPIDO QUE RAYLEIGH QUE LLEGA EN VERTICAL → RADIAL

radial
amplitud con profundidad

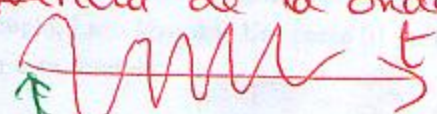


Rayleigh

Fig B3: Un sismograma de tres componentes (un vertical y dos horizontales) que muestra la llegada de unas fases sísmicas y las ondas de superficie. Note que la escala de tiempo esta en $\times 10^2$ segundos.

(c) Dispersión: velocidad de propagación depende de frecuencia de la onda

$$V = V(\omega)$$



mayores periodos viajan más rápidamente y llegan primero

Las ondas de superficie muestran dispersión porque K y μ (γ p) varían con profundidad, y la prof. de penetración de la onda depende de ω

