

Tarea 3

Fecha de recepción: en www.mttmllr.com

1. En las clases se mostró que los coeficientes de Gauss g_1^0 , g_1^1 y h_1^1 son proporcionales a los componentes del momento dipolar de la Tierra a lo largo de los ejes geográficos.

(a) [3 pts] Encuentre una expresión para el ángulo entre los ejes magnético y geográfico en termino de los coeficientes de Gauss, y calcularla usando la Tabla A.

(b) [3 pts] Usando las derivadas temporales de los coeficientes de la Tabla A, ¿la amplitud del campo dipolar en este momento se incrementa o decrece? ¿Cuánto es la tasa de cambio del campo dipolar (en porcentaje por 100 años)? ¿Es cierto que vamos a tener una inversión pronto?

2. El potencial magnético de la Tierra puede ser expresado con armónicos esféricos:

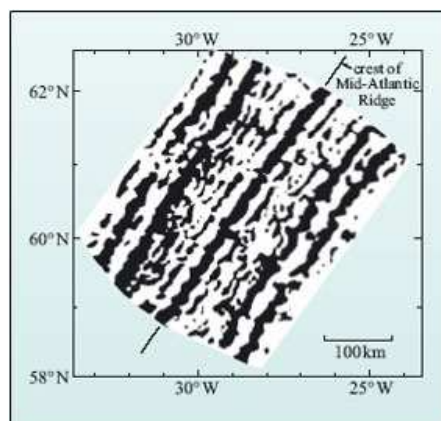
$$V = a \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{a}{r}\right)^{l+1} (g_l^m \cos m\phi + h_l^m \sin m\phi) P_l^m(\cos \theta)$$

(a)

(i) [2 pts] Identifique la parte que depende sobre longitud, y encuentre una expresión para las longitudes donde $V = 0$ (los nodos).

(ii) [2 pts] Explique por qué hay $2m$ nodos, y use el hecho que el radio de la Tierra, a , es 6378 km para calcular la distancia entre esos nodos sobre el ecuador para $m = 1$ y $m = 14$.

(b) [2 pts] Use la escala de tiempo de polaridad geomagnética (Fig 2) para estimar el más grande periodo en los últimos 160 millones de años sin una inversión en el campo magnético.



La figura anterior muestra la anomalías magnéticas en el centro del océano Atlántico. Las anomalías magnéticas en los océanos son producidas por bloques de corteza oceánica magnetizados con polaridades que se alternan entre normal e inversa.

(c) [2 pts] Asume una velocidad de separación de 7 cm cada año (es decir, cada placa mueva a la mitad de esta velocidad) en una dorsal y use la respuesta de (b) para obtener una estimación del tamaño máximo de una anomalía magnética en un océano.

(d) [1 pt] ¿Qué valor de m (de los armónicos esféricos) está asociado con este tamaño máximo de la anomalía? [Parte (a)(ii) ayuda].

(e) [3 pts] Use la respuesta de (e) para explicar el espectro de potencia del campo magnético de la Tierra en la Figura 1, especialmente el cambio en la pendiente en $l \sim 14$.

3. Los datos de 5 rocas ígneas en India (de la misma capa de estratigrafía), con edad de ~ 66 millones de años, tiene estos valores de inclinación:

$$I = -19.4, -21.3, -17.7, -20.0, -18.6$$

(a) [2 pts] Explique por qué I cambia para rocas de casi la misma edad ($\pm 10,000$ años).

(b) [2 pts] Calcule la paleolatitud aproximada del sitio.

(c) [2 pts] Si este sitio en India (se llama Deccan Traps) esta hoy día en 20N, y asume que sólo hay movimiento sur-norte, calcule la distancia que se ha movido India en los últimos 66 millones de años, y su velocidad en promedio.

(d) [2 pts] Usando su conocimiento de velocidades de placas, ¿está viable esta velocidad para India?

4. Suponga que el campo magnético de la Tierra en el núcleo puede estar representado por una suma de funciones sinusoidales:

$$\mathbf{B} = \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{B}_n e^{\alpha_n t} \sin(2\pi n x / L)$$

en el cual los coeficientes \mathbf{B}_n son vectores constantes y $L \approx 12000$ km, la más larga longitud de onda realista en el núcleo.

(a) [2 pts] Si no hay mecanismo de regeneración del campo (es decir, no hay termino de advección en la ecuación de inducción magnética), muestre que $\alpha_n = \frac{-4\pi^2 n^2}{\mu_0 \sigma L^2}$.

(b) [4 pts] Si α_n es negativo, significa que las funciones sinusoidales decaen exponencialmente en el tiempo. Cuál debería estar el tiempo de decaimiento más largo posible para cualquier componente de este campo, asuma que para el núcleo la conductividad $\sigma = 3 \times 10^5 \text{ ohm}^{-1} \text{ m}^{-1}$.

(c) [2 pts] Compare la respuesta que usted obtuvo en (b) con la edad de la Tierra, y discuta las implicaciones.

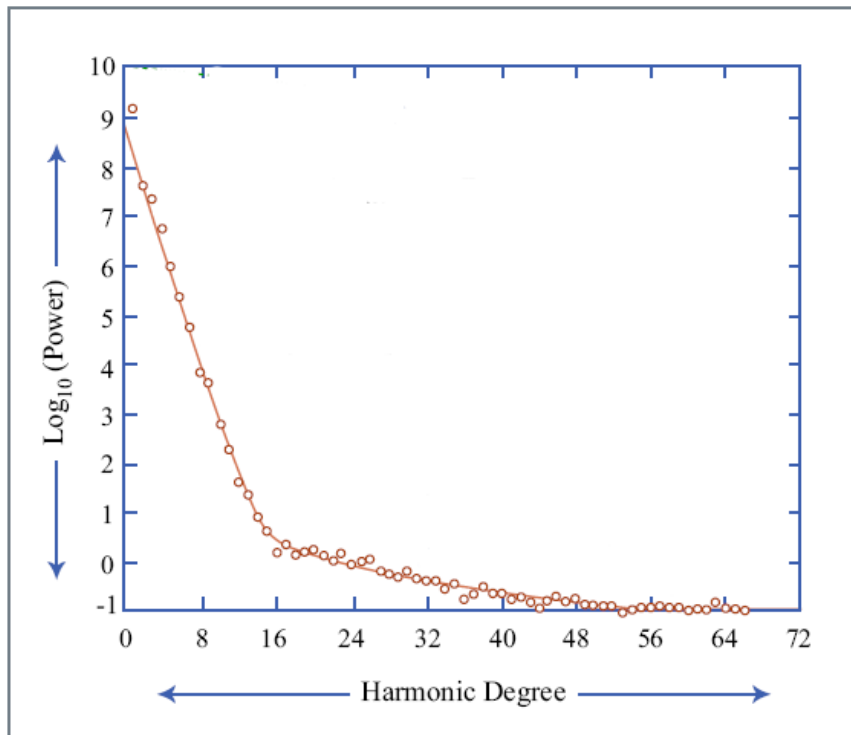


Figura 1: El espectro de potencia de los armónicos esféricos.

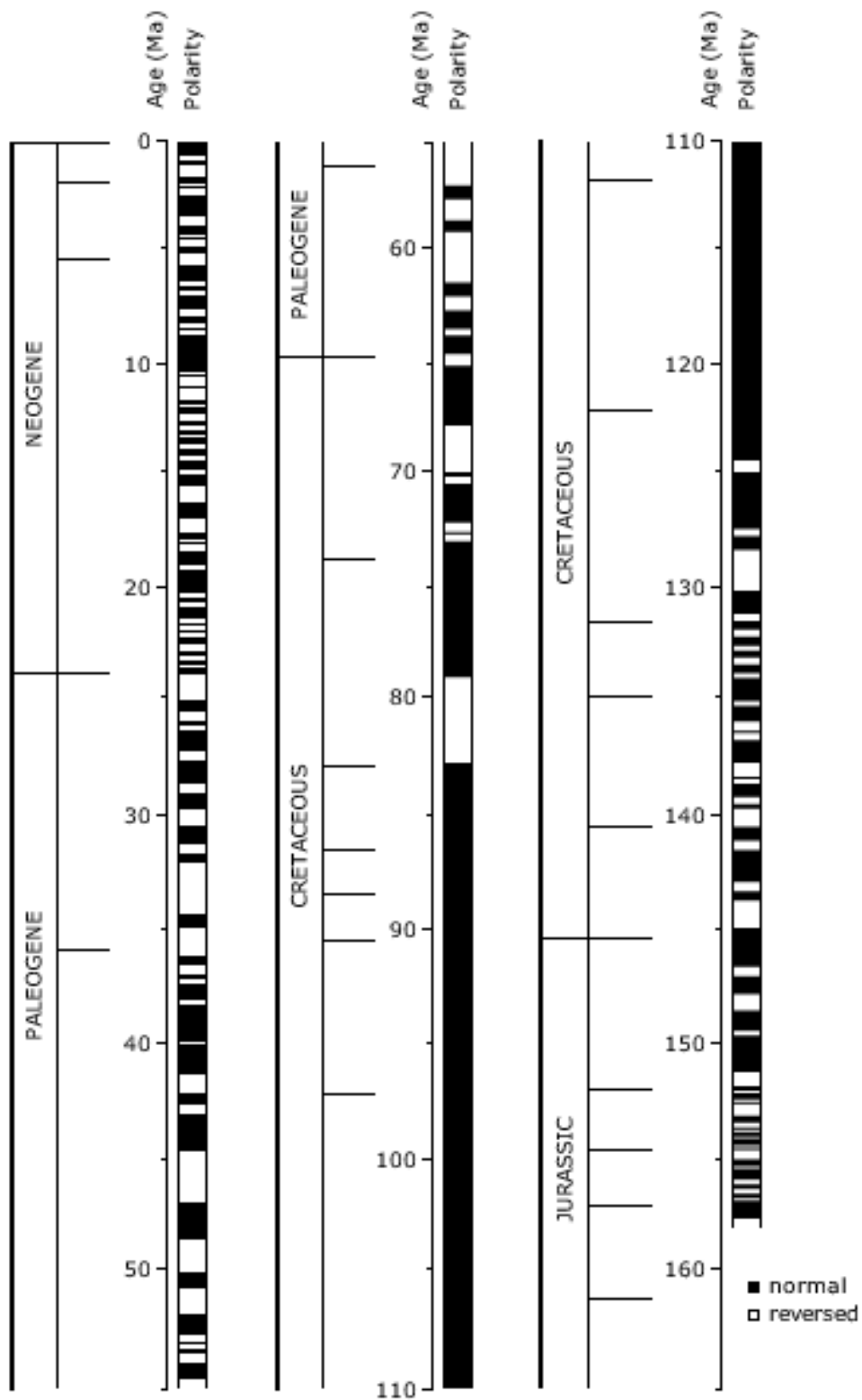


Figura 2: Geomagnetic Polarity Time Scale - Escala de tiempo de la polaridad geomagnética.

n	m	$g_n^m(t_0)$	$h_n^m(t_0)$	$\dot{g}_n^m(t_0)$	$\dot{h}_n^m(t_0)$
1	0	-29438.5		10.7	
1	1	-1501.1	4796.2	17.9	-26.8
2	0	-2445.3		-8.6	0.0
2	1	3012.5	-2845.6	-3.3	-27.1
2	2	1676.6	-642.0	2.4	-13.3
3	0	1351.1		3.1	
3	1	-2352.3	-115.3	-6.2	8.4
3	2	1225.6	245.0	-0.4	-0.4
3	3	581.9	-538.3	-10.4	2.3
4	0	907.2		-0.4	
4	1	813.7	283.4	0.8	-0.6
4	2	120.3	-188.6	-9.2	5.3
4	3	-335.0	180.9	4.0	3.0
4	4	70.3	-329.5	-4.2	-5.3
5	0	-232.6		-0.2	
5	1	360.1	47.4	0.1	0.4
5	2	192.4	196.9	-1.4	1.6
5	3	-141.0	-119.4	0.0	-1.1
5	4	-157.4	16.1	1.3	3.3
5	5	4.3	100.1	3.8	0.1
6	0	69.5		-0.5	
6	1	67.4	-20.7	-0.2	0.0
6	2	72.8	33.2	-0.6	-2.2
6	3	-129.8	58.8	2.4	-0.7
6	4	-29.0	-66.5	-1.1	0.1
6	5	13.2	7.3	0.3	1.0
6	6	-70.9	62.5	1.5	1.3
7	0	81.6		0.2	
7	1	-76.1	-54.1	-0.2	0.7
7	2	-6.8	-19.4	-0.4	0.5
7	3	51.9	5.6	1.3	-0.2
7	4	15.0	24.4	0.2	-0.1
7	5	9.3	3.3	-0.4	-0.7
7	6	-2.8	-27.5	-0.9	0.1
7	7	6.7	-2.3	0.3	0.1
8	0	24.0		0.0	
8	1	8.6	10.2	0.1	-0.3
8	2	-16.9	-18.1	-0.5	0.3
8	3	-3.2	13.2	0.5	0.3
8	4	-20.6	-14.6	-0.2	0.6
8	5	13.3	16.2	0.4	-0.1
8	6	11.7	5.7	0.2	-0.2
8	7	-16.0	-9.1	-0.4	0.3
8	8	-2.0	2.2	0.3	0.0
9	0	5.4		0.0	
9	1	8.8	-21.6	-0.1	-0.2
9	2	3.1	10.8	-0.1	-0.1
9	3	-3.1	11.7	0.4	-0.2
9	4	0.6	-6.8	-0.5	0.1
9	5	-13.3	-6.9	-0.2	0.1
9	6	-0.1	7.8	0.1	0.0
9	7	8.7	1.0	0.0	-0.2
9	8	-9.1	-3.9	-0.2	0.4
9	9	-10.5	8.5	-0.1	0.3
10	0	-1.9		0.0	
10	1	-6.5	3.3	0.0	0.1
10	2	0.2	-0.3	-0.1	-0.1
10	3	0.6	4.6	0.3	0.0
10	4	-0.6	4.4	-0.1	0.0
10	5	1.7	-7.9	-0.1	-0.2
10	6	-0.7	-0.6	-0.1	0.1
10	7	2.1	-4.1	0.0	-0.1
10	8	2.3	-2.8	-0.2	-0.2
10	9	-1.8	-1.1	-0.1	0.1
10	10	-3.6	-8.7	-0.2	-0.1
11	0	3.1		0.0	
11	1	-1.5	-0.1	0.0	0.0
11	2	-2.3	2.1	-0.1	0.1
11	3	2.1	-0.7	0.1	0.0
11	4	-0.9	-1.1	0.0	0.1
11	5	0.6	0.7	0.0	0.0
11	6	-0.7	-0.2	0.0	0.0
11	7	0.2	-2.1	0.0	0.1
11	8	1.7	-1.5	0.0	0.0
11	9	-0.2	-2.5	0.0	-0.1
11	10	0.4	-2.0	-0.1	0.0
11	11	3.5	-2.3	-0.1	-0.1
12	0	-2.0		0.1	
12	1	-0.3	-1.0	0.0	0.0
12	2	0.4	0.5	0.0	0.0
12	3	1.3	1.8	0.1	-0.1
12	4	-0.9	-2.2	-0.1	0.0
12	5	0.9	0.3	0.0	0.0
12	6	0.1	0.7	0.1	0.0
12	7	0.5	-0.1	0.0	0.0
12	8	-0.4	0.3	0.0	0.0
12	9	-0.4	0.2	0.0	0.0
12	10	0.2	-0.9	0.0	0.0
12	11	-0.9	-0.2	0.0	0.0
12	12	0.0	0.7	0.0	0.0

Tabla A: Coeficientes de Gauss para el WMM (world magnetic model) de 2015. Unidades son nT para los coeficientes, y nT/año por sus derivadas temporales. El índice n es el grado, y m es la orden.