

Tarea 5

Fecha de recepción: en www.mttmllr.com

1) [15 pts] En la situación de un estado constante, es decir $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$, la ecuación de la difusión térmica esta dada por:

$$0 = k \frac{d^2 T}{dz^2} + \rho H \quad (1)$$

donde k es la conductividad térmica y H es la densidad de las fuentes de calor dentro la Tierra (en W/kg). Notar que aquí solamente consideramos cambios en la temperatura con profundidad (es decir $\nabla^2 T = \frac{d^2 T}{dz^2}$).

También sabemos el flujo de calor en la superficie ($k \frac{dT}{dz} \Big|_{z=0} = -q_s$), y la temperatura en la superficie (T_s).

(a) [2 pts] Integre la ecuación (1) para determinar el flujo de calor como una función de z .

(b) [2 pts] Integre el resultado de (a) para mostrar que la relación entre la temperatura T y profundidad z dentro la Tierra es:

$$T(z) = T_s - \frac{q_s}{k} z - \frac{\rho H}{2k} z^2 \quad (2)$$

(c) [6 pts] Use:

$$\begin{aligned} \bullet q_s &= -70 \text{ mW/m}^2 & \bullet \rho &= 3 \text{ g/cm}^3 & \bullet H &= 1 \times 10^{-10} \text{ W/kg} \\ \bullet k &= 4 \text{ W/m/}^\circ\text{C} & \bullet T_s &= 10^\circ\text{C} \end{aligned}$$

para determinar el perfil de la temperatura para los primeros 200 km dentro la Tierra. Grafique estos puntos en la página siguiente. (Cuide las unidades!)

¿Por qué es q_s negativo?

(d) [5 pts] También mostrados en la figura 1 son la *liquidus* (la línea que separa la fase líquida (magma) de una roca y la fase parcialmente fundida), y la *solidus* (la línea que separa la fase parcialmente fundida de una roca y la fase sólida), para una peridotita.

- (i) Determine la profundidad donde se empieza a fundir esa roca.
- (ii) ¿Esta profundidad corresponde a cualquier otro atributo observacional en el manto?
- (iii) ¿A qué profundidad el manto es completamente líquido?
- (iv) ¿Qué observaciones nos dicen que el manto no llega a temperaturas sobre la *liquidus*?
- (v) ¿Qué mecanismo existe en el manto para evitar que se funda?

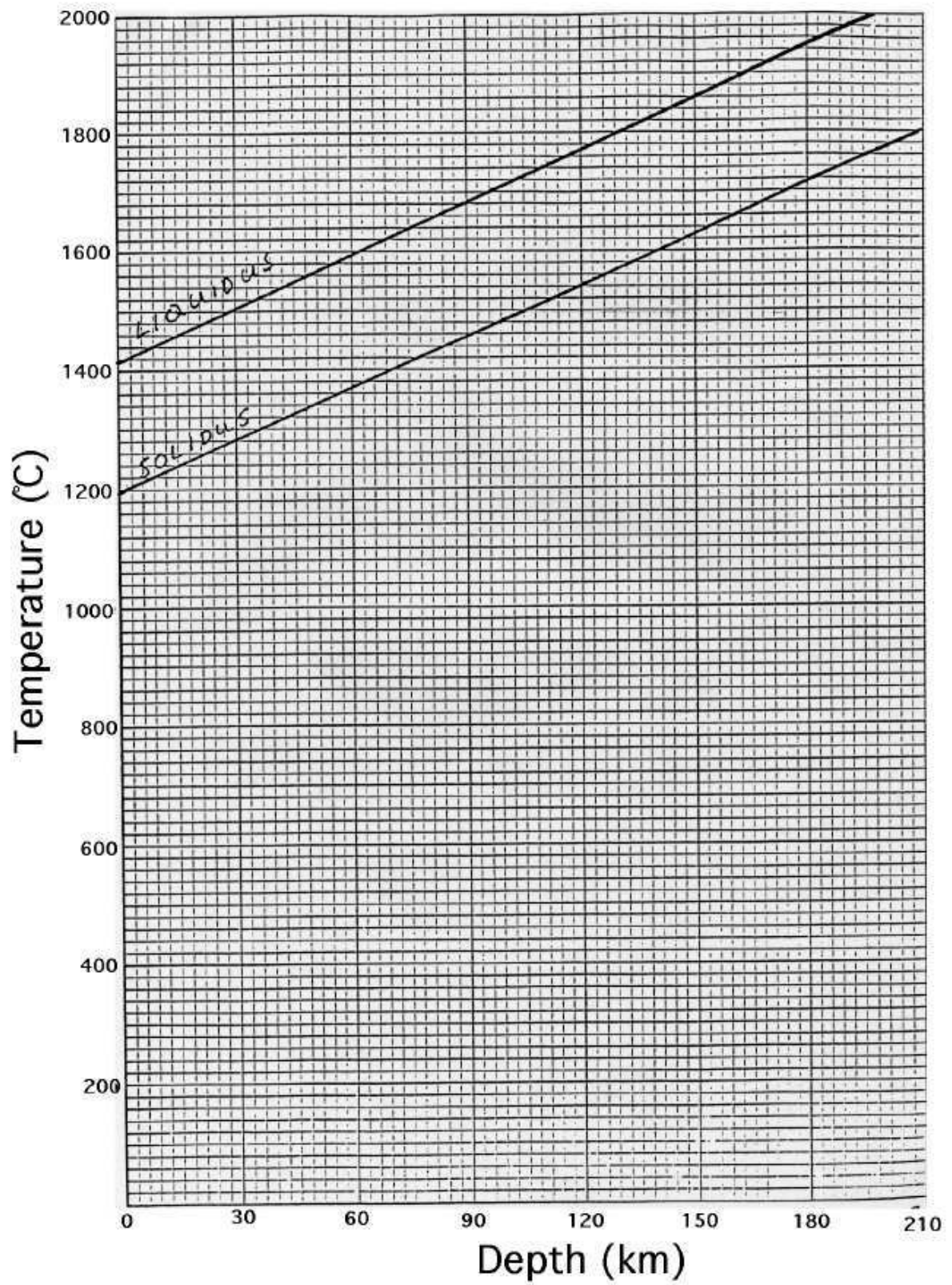


Fig 1: Para graficar el perfil de la temperatura para los primeros 200 km dentro la Tierra.

2) [15 pts]

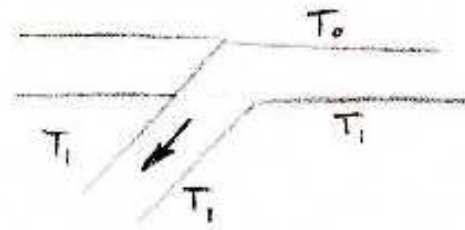


Fig 2: El problema de subducción.

Muestre que la distribución de la temperatura en una placa oceánica *muy vieja* cuando subduce en el manto es (en unidades sin dimensión):

$$T' = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\pi} e^{((Pe/2) - \sqrt{(Pe/2)^2 + n^2\pi^2})x'} \sin(n\pi z')$$

Explica por qué el término $n = 1$ domina, y encontrar una aproximación para la solución cuando $Pe \gg 2\pi$.

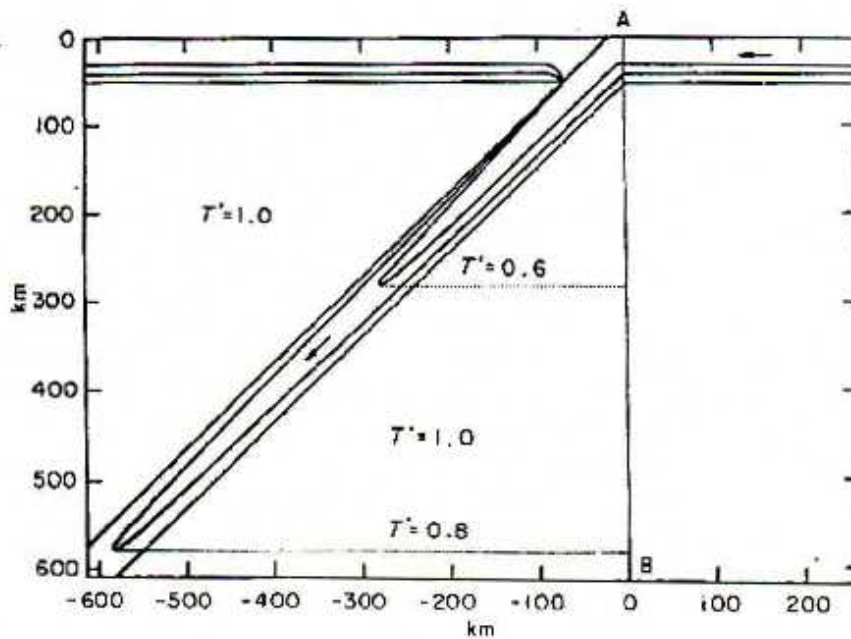


Fig 3: La solución para la distribución de la temperatura en una zona de subducción.