

### Tarea 3

Fecha de recepción: en [www.mttmllr.com](http://www.mttmllr.com)

1. Considere la expansión armónica esférica del potencial magnético:

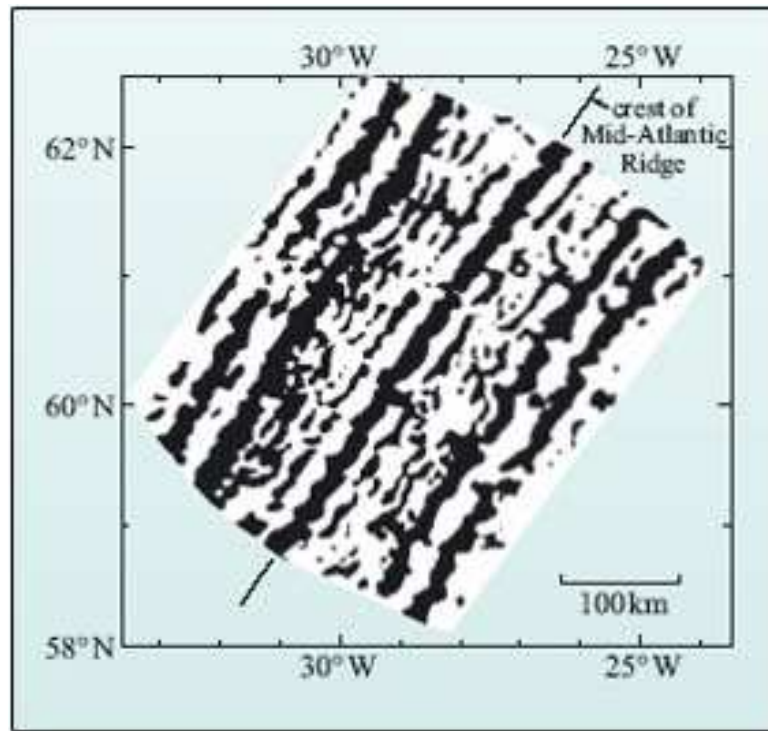
$$V = a \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{a}{r}\right)^{l+1} (g_l^m \cos m\phi + h_l^m \sin m\phi) P_l^m(\cos \theta)$$

- (a) [2 pts] ¿Qué coeficientes de Gauss describen la componente dipolar de  $V$ ?
- (b) [3 pts] Muestre que las componentes del momento dipolar de la Tierra a lo largo de los ejes geográficos son proporcionales a  $g_1^0$ ,  $g_1^1$  y  $h_1^1$ .
- (c) [3 pts] Encuentre una expresión para el ángulo entre los ejes magnético y geográfico en termino de los coeficientes de Gauss, y calcularla usando la Tabla A.
- (d) [3 pts] Usando las derivadas temporales de los coeficientes de la Tabla A, ¿la amplitud del campo dipolar comúnmente se incrementa o decrece? ¿Cuánto es la tasa de cambio del campo dipolar (en porcentaje por 100 años)? ¿Vamos a tener una inversión pronto?

2. El potencial magnético de la Tierra puede ser expresado con armónicos esféricos:

$$V = a \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{a}{r}\right)^{l+1} (g_l^m \cos m\phi + h_l^m \sin m\phi) P_l^m(\cos \theta)$$

- (a)
- (i) [2 pts] Identifique la parte que depende sobre longitud, y encuentre una expresión para las longitudes donde  $V = 0$  (los nodos).
- (ii) [2 pts] Explique por qué hay  $2m$  nodos, y use el hecho que el radio de la Tierra,  $a$ , es 6378 km para calcular la distancia entre esos nodos sobre el ecuador para  $m = 1$  y  $m = 14$ .



(b) [3 pts] El gráfico muestra la anomalía magnética en el centro del océano Atlántico. Explique que son estas anomalías, y su forma en relación a los procesos geológicos en las dorsales.

(c) [4 pts] Explique cómo es posible obtener los datos para construir la escala de tiempo de polaridad geomagnética (Fig 2). Use este gráfico para estimar el más grande periodo en los últimos 160 millones de años sin una inversión en el campo magnético.

(d) [2 pts] Asume una velocidad de separación de 7 cm cada año (es decir, cada placa mueva a la mitad de esta velocidad) en una dorsal y use la respuesta de (c) para obtener una estimación del tamaño máximo de una anomalía magnética en un océano.

(e) [1 pt] ¿Qué valor de  $m$  (de los armónicos esféricos) está asociado con este tamaño máximo de la anomalía? [Parte (a)(ii) ayuda].

(f) [3 pts] Use la respuesta de (e) para explicar el espectro de potencia del campo magnético de la Tierra en la Figura 1, especialmente el cambio en el pendiente en  $l \sim 14$ .

**3.** El campo del núcleo es aproximadamente un dipolo, con potencial magnético

$$V = \frac{\mu_0 m_z \cos \theta}{4\pi r^2}.$$

(a) Use el hecho que en coordenadas esféricas  $\nabla = \hat{r} \frac{\partial}{\partial r} + \hat{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \hat{\phi} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi}$ , y que  $B = -\nabla V$ , para mostrar:

(i) [2 pts] que el ángulo de inclinación ( $I$ ) (el ángulo del campo magnético con la horizontal), es dado por  $\tan I = 2 \tan \lambda$ , donde la latitud  $\lambda = 90 - \theta$ .

(ii) [2 pts] que la amplitud de un campo dipolar en los polos ( $\theta = 0, 180$ ) es el doble que la amplitud en el ecuador ( $\theta = 90$ ).

(b) Los datos de 5 rocas ígneas en Groenlandia (de la misma capa de estratigrafía), con edad de  $\sim 30$  millones de años, tiene estos valores de inclinación:

$$I = -72.1, -74.4, -69.5, -73.0, -70.8$$

(i) [2 pts] Explique por qué  $I$  cambia para rocas de casi la misma edad ( $\pm 10,000$  años).

(ii) [2 pts] Calcule la paleolatitud aproximada del sitio.

(iii) [2 pts] Si este sitio en Groenlandia esta hoy día en 60N, y asume que sólo hay movimiento sur-norte, calcule la distancia que se ha movido Groenlandia en los últimos 30 millones de años, y su velocidad.

(iv) [2 pts] Usando su conocimiento de velocidades de placas, ¿está viable esta velocidad de Groenlandia? ¿Hay otra explicación del por qué estas rocas tienen inclinación negativa?

**4.** Suponga que el campo magnético de la Tierra en el núcleo puede estar representado como la suma de armónicos:

$$\mathbf{B} = \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{B}_n e^{\alpha_n t} e^{2\pi i n x / L}$$

en el cual los coeficientes  $\mathbf{B}_n$  son constantes y  $L \approx 12000$  km, la más larga longitud de onda realista en el núcleo.

(a) [4 pts] Si no hay mecanismo de regeneración del campo (es decir, no hay termino de advección en la ecuación de inducción magnética) ¿cuál debería ser la expresión para  $\alpha_n$ ?

(b) [4 pts] Cuál debería de ser el tiempo de decaimiento más largo posible para cualquier componente del campo, asuma que para el núcleo la conductividad  $\sigma = 3 \times 10^5 \text{ ohm}^{-1} \text{ m}^{-1}$ .

(c) [2 pts] Discuta las implicaciones de la respuesta que usted obtuvo en (b). Específicamente, piense acerca del número que obtuvo comparado con la edad de la Tierra dada por métodos radiométricos.

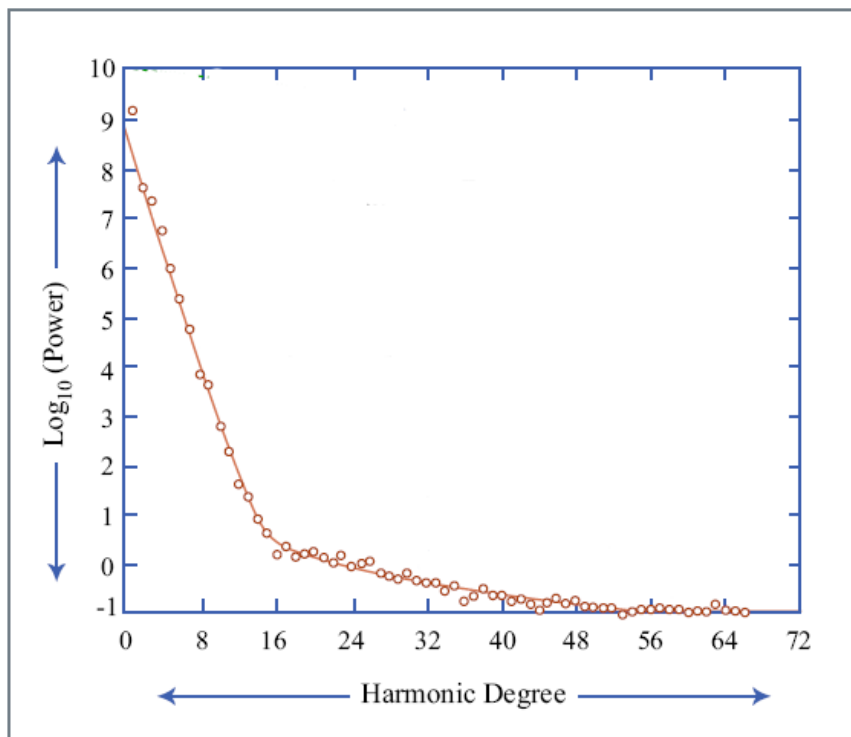


Figura 1: El espectro de potencia de los armónicos esféricos.

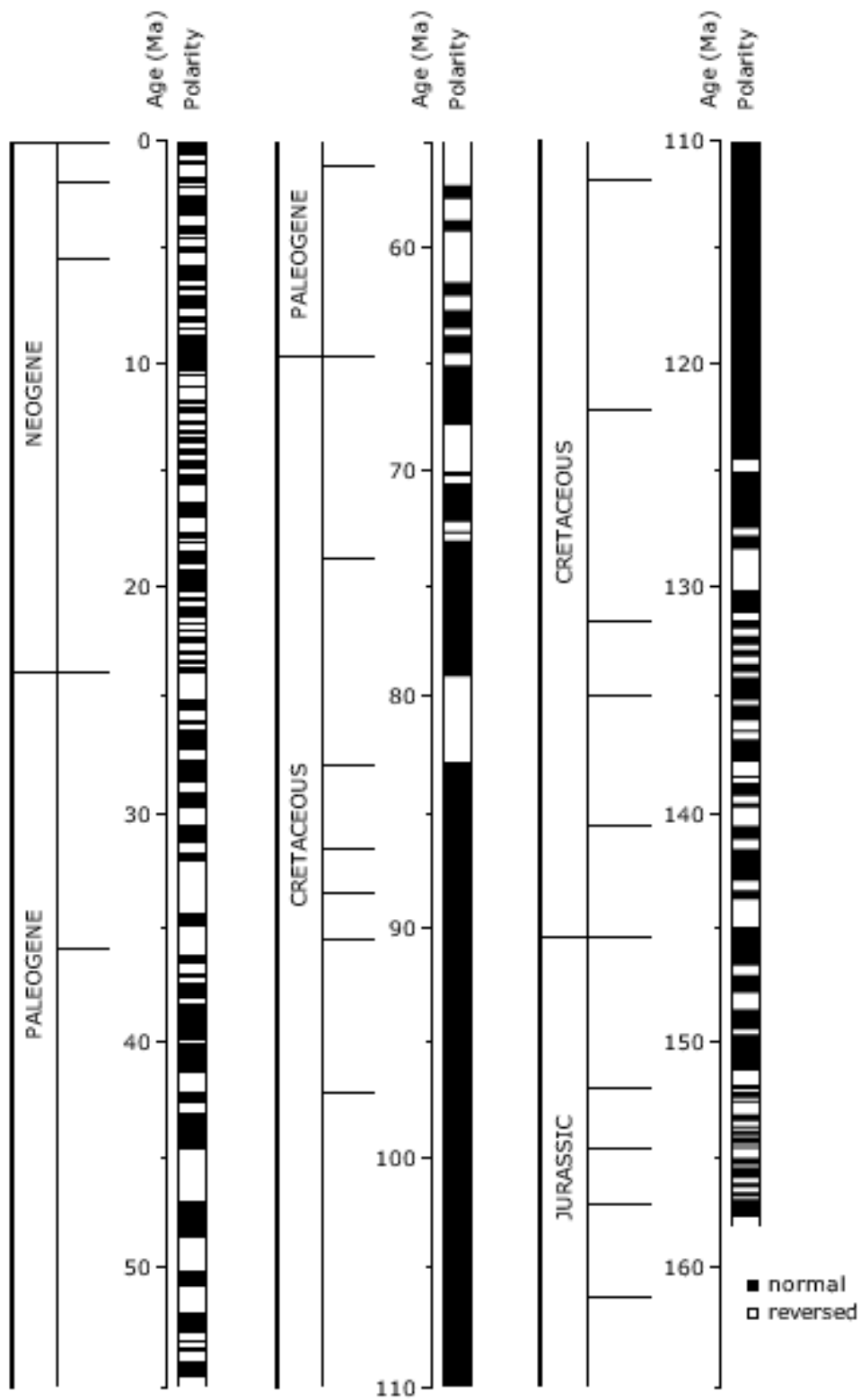


Figura 2: Geomagnetic Polarity Time Scale - Escala de tiempo de la polaridad geomagnética.

$n$	$m$	$g_n^m(t_0)$	$h_n^m(t_0)$	$\dot{g}_n^m(t_0)$	$\dot{h}_n^m(t_0)$
1	0	-29438.5		10.7	
1	1	-1501.1	4796.2	17.9	-26.8
2	0	-2445.3		-8.6	0.0
2	1	3012.5	-2845.6	-3.3	-27.1
2	2	1676.6	-642.0	2.4	-13.3
3	0	1351.1		3.1	
3	1	-2352.3	-115.3	-6.2	8.4
3	2	1225.6	245.0	-0.4	-0.4
3	3	581.9	-538.3	-10.4	2.3
4	0	907.2		-0.4	
4	1	813.7	283.4	0.8	-0.6
4	2	120.3	-188.6	-9.2	5.3
4	3	-335.0	180.9	4.0	3.0
4	4	70.3	-329.5	-4.2	-5.3
5	0	-232.6		-0.2	
5	1	360.1	47.4	0.1	0.4
5	2	192.4	196.9	-1.4	1.6
5	3	-141.0	-119.4	0.0	-1.1
5	4	-157.4	16.1	1.3	3.3
5	5	4.3	100.1	3.8	0.1
6	0	69.5		-0.5	
6	1	67.4	-20.7	-0.2	0.0
6	2	72.8	33.2	-0.6	-2.2
6	3	-129.8	58.8	2.4	-0.7
6	4	-29.0	-66.5	-1.1	0.1
6	5	13.2	7.3	0.3	1.0
6	6	-70.9	62.5	1.5	1.3
7	0	81.6		0.2	
7	1	-76.1	-54.1	-0.2	0.7
7	2	-6.8	-19.4	-0.4	0.5
7	3	51.9	5.6	1.3	-0.2
7	4	15.0	24.4	0.2	-0.1
7	5	9.3	3.3	-0.4	-0.7
7	6	-2.8	-27.5	-0.9	0.1
7	7	6.7	-2.3	0.3	0.1
8	0	24.0		0.0	
8	1	8.6	10.2	0.1	-0.3
8	2	-16.9	-18.1	-0.5	0.3
8	3	-3.2	13.2	0.5	0.3
8	4	-20.6	-14.6	-0.2	0.6
8	5	13.3	16.2	0.4	-0.1
8	6	11.7	5.7	0.2	-0.2
8	7	-16.0	-9.1	-0.4	0.3
8	8	-2.0	2.2	0.3	0.0
9	0	5.4		0.0	
9	1	8.8	-21.6	-0.1	-0.2
9	2	3.1	10.8	-0.1	-0.1
9	3	-3.1	11.7	0.4	-0.2
9	4	0.6	-6.8	-0.5	0.1
9	5	-13.3	-6.9	-0.2	0.1
9	6	-0.1	7.8	0.1	0.0
9	7	8.7	1.0	0.0	-0.2
9	8	-9.1	-3.9	-0.2	0.4
9	9	-10.5	8.5	-0.1	0.3
10	0	-1.9		0.0	
10	1	-6.5	3.3	0.0	0.1
10	2	0.2	-0.3	-0.1	-0.1
10	3	0.6	4.6	0.3	0.0
10	4	-0.6	4.4	-0.1	0.0
10	5	1.7	-7.9	-0.1	-0.2
10	6	-0.7	-0.6	-0.1	0.1
10	7	2.1	-4.1	0.0	-0.1
10	8	2.3	-2.8	-0.2	-0.2
10	9	-1.8	-1.1	-0.1	0.1
10	10	-3.6	-8.7	-0.2	-0.1
11	0	3.1		0.0	
11	1	-1.5	-0.1	0.0	0.0
11	2	-2.3	2.1	-0.1	0.1
11	3	2.1	-0.7	0.1	0.0
11	4	-0.9	-1.1	0.0	0.1
11	5	0.6	0.7	0.0	0.0
11	6	-0.7	-0.2	0.0	0.0
11	7	0.2	-2.1	0.0	0.1
11	8	1.7	-1.5	0.0	0.0
11	9	-0.2	-2.5	0.0	-0.1
11	10	0.4	-2.0	-0.1	0.0
11	11	3.5	-2.3	-0.1	-0.1
12	0	-2.0		0.1	
12	1	-0.3	-1.0	0.0	0.0
12	2	0.4	0.5	0.0	0.0
12	3	1.3	1.8	0.1	-0.1
12	4	-0.9	-2.2	-0.1	0.0
12	5	0.9	0.3	0.0	0.0
12	6	0.1	0.7	0.1	0.0
12	7	0.5	-0.1	0.0	0.0
12	8	-0.4	0.3	0.0	0.0
12	9	-0.4	0.2	0.0	0.0
12	10	0.2	-0.9	0.0	0.0
12	11	-0.9	-0.2	0.0	0.0
12	12	0.0	0.7	0.0	0.0

Tabla A: Coeficientes de Gauss para el WMM (world magnetic model) de 2015. Unidades son nT para los coeficientes, y nT/año por sus derivadas temporales. El índice  $n$  es el grado, y  $m$  es la orden.