

Parte IV

Sismología

Sismología

4.1 Perspectiva Histórica

1678 - Ley de Hooke $\mathbf{F} = -k\mathbf{u}$ (o $\sigma = \mathbf{E} \cdot \epsilon$)

1760 - Mitchel. Él reconoce que el movimiento del suelo debido a los terremotos está relacionado con la propagación de onda.

1821 -Navier. Ecuación de Movimiento.

1828 - Poisson. Ecuación de Onda \rightarrow Ondas P y S.

1885 - Rayleigh. Teoría de Ondas de Superficie \rightarrow Ondas Rayleigh.

1892 - Milne. Inventa primer sismógrafo de alta calidad \rightarrow Comienza el período de observación.

1897 - Wiechert. Predicción de la existencia de un núcleo denso (basado en meteoritos \rightarrow Aleación de Hierro).

1900 - Oldham. Identificación correcta de Ondas P, S y de superficie.

1906 - Oldham. Demostración de la existencia del núcleo desde datos sísmicos.

1906 - Galitzin. Inventa primer sismógrafo de banda ancha.

1909 - Mohorovičić. Límite Corteza-Manto.

1911 - Love. Ondas Love (ondas superficiales).

1912 - Gutenberg. Profundidad del límite núcleo-manto: 2900 km.

1922 - Turner. Ubicación de terremotos profundos bajo los 600 km.

1928 - Wadati. Ubicación exacta de terremotos profundos \rightarrow zonas de Wadati-Benioff.

1936 - Lehmann. Descubrimiento del núcleo interno.

1939 - Jeffreys y Bullen. Primeros gráficos de tiempo de viaje \rightarrow Modelo de la Tierra en 1D.

1948 - Bullen. Perfil de densidad.

1977 - Dziewonski y Toksoz. Primer modelo global en 3D.

1996 - Song y Richards. Rotación del núcleo interno.

1960 - WWSSN. (Red Mundial de Sismógrafos Estandarizada). Registros Digitales.

1964 - ISC. (Centro Sismológico Internacional). Tiempos de viaje y ubicación de los terremotos.

1980 - IRIS. Institutos de Investigación Incorporado para Sismología.

4.2 Introducción

En este curso vamos a discutir la teoría básica para mostrar cómo las expresiones de la propagación de ondas elásticas, como las ondas P y S, se pueden obtener desde el equilibrio entre el esfuerzo y la deformación. Antes de hacer esto, vamos a ver un muy breve resumen del desarrollo histórico de la sismología. La sismología moderna se caracteriza por períodos en que se avanza más en el desarrollo de la teoría, y de los períodos en el que el énfasis parece estar más en la recopilación de datos y la aplicación de la teoría existente sobre los nuevos datos de mejor calidad. Es bueno darse cuenta de que la sismología observacional no arrancó hasta finales del siglo 19 (ver sección anterior). Antes de eso, la sismología era efectivamente restringida al desarrollo de la teoría de la propagación de ondas elásticas, un tema popular para matemáticos y físicos. Para algunas fechas importantes ver la sección anterior (esta visión histórica no es completa, pero nos proporciona una idea de la evolución del pensamiento).

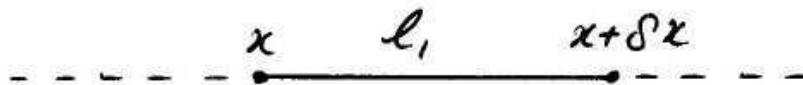
Alguna Terminología

Para la mayor parte de las derivaciones usaremos el sistema de coordenadas Cartesianas y denotaremos la posición vectorial como $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ o $\mathbf{r} = (x, y, z)$. El desplazamiento de una partícula en la posición \mathbf{x} y el tiempo t está dado por $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) = \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$, este es el vector de distancia desde su posición en algún momento previo t_0 . La velocidad y aceleración de una partícula están dadas por $\dot{\mathbf{u}} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}$ y $\ddot{\mathbf{u}} = \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}$, respectivamente. Los elementos de volumen y de superficie son denotados por ΔV y δS . Las fuerzas de cuerpo (o sin contacto), como la gravedad, son escritas como \mathbf{f} y tracciones por \mathbf{T} . La tracción es un vector de la deformación en representación de la fuerza por unidad de superficie a través de una superficie interna orientada δS dentro de un continuo, y esto es, de hecho, el contacto con la fuerza \mathbf{F} por unidad de superficie con la que las partículas en un lado de la superficie actúan sobre las partículas en el otro lado de la superficie. La forma general de la ecuación de onda es $\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x^2}$ o $\ddot{\mathbf{u}} = c^2 \nabla^2 \mathbf{u}$, que es una ecuación diferencial que describe la propagación de una perturbación de desplazamiento \mathbf{u} con velocidad c .

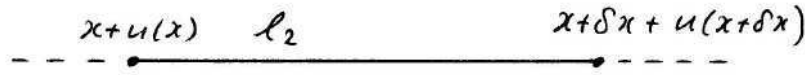
Podemos ver que la teoría fundamental de propagación de ondas está basada principalmente en dos ecuaciones: la segunda ley de Newton ($\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a} = m \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}$) y la ley de Hooke $\mathbf{F} = -k\mathbf{u}$ (sabiendo que la extensión o compresión de un material elástico causa una fuerza restauradora F , con k la constante elástica). En una dimensión, la ley de Hooke también puede ser formulada como la proporcionalidad entre el esfuerzo σ y la deformación ϵ , con el factor de proporcionalidad, E , el módulo de Young: $\sigma = E\epsilon$. Veremos que esta relación lineal entre el esfuerzo y la deformación no se sostiene en 2D o 3D, en cuyo caso se tiene la generalización de la Ley de Hooke. Para $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ tenemos que considerar tanto las fuerzas de cuerpo (la gravedad que actúa sobre un determinado volumen), así como las fuerzas aplicadas en contacto con las partículas de material en ambos lados de superficies arbitrarias (y imaginarias). Estos últimos son representados por tracciones (esfuerzo vectorial). Por lo tanto, debemos mirar con cierto detalle las definiciones de esfuerzo y deformación.

4.3 Deformación

La deformación implica distorsiones de longitud y ángulo. Consideraremos la deformación de un elemento de línea l_1 entre x y $x + \delta x$:



Debido a la deformación, la posición x es desplazada hasta $x + u(x)$, la posición $x + \delta x$ es desplazada hasta $x + \delta x + u(x + \delta x)$ y l_1 se convierte en l_2 .



La deformación en la dirección x , ϵ_{xx} , podemos definirla como

$$\epsilon_{xx} = \frac{l_2 - l_1}{l_1} = \frac{u(x + \delta x) - u(x)}{\delta x} \quad (4.1)$$

Si asumimos que δx es pequeño podemos linealizar el problema en torno a 'la condición de referencia' $u(x)$, usando la expansión en serie de Taylor sobre $u(x + \delta x)$:

$$u(x + \delta x) = u(x) + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) \delta x + \vartheta(\delta x^2) \approx u(x) + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) \delta x \quad (4.2)$$

de modo que

$$\epsilon_{xx} = \left(\frac{\partial u(x)}{\partial x}\right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u(x)}{\partial x} + \frac{\partial u(x)}{\partial x}\right) \quad (4.3)$$

que representa la deformación normal en la dirección x . Relaciones similares pueden ser derivadas para la deformación normal en otras direcciones principales y también para la **deformación cortante** ϵ_{xy} , ϵ_{xz} , etc., que implica la rotación de elementos.

La forma general del tensor de deformación, ϵ_{ij} , es:

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u(x_i)}{\partial x_j} + \frac{\partial u(x_j)}{\partial x_i}\right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) = \epsilon_{ji} \quad (4.4)$$

con la deformación normal para $i = j$ y la deformación cortante para $i \neq j$. (Es importante destacar que en la deformación no hemos considerado la traslación y/o rotación de los materiales sobre sí mismos). La ecuación (4.4) muestra que el tensor de deformación es simétrico, de modo que el número máximo de coeficientes diferentes es 6.

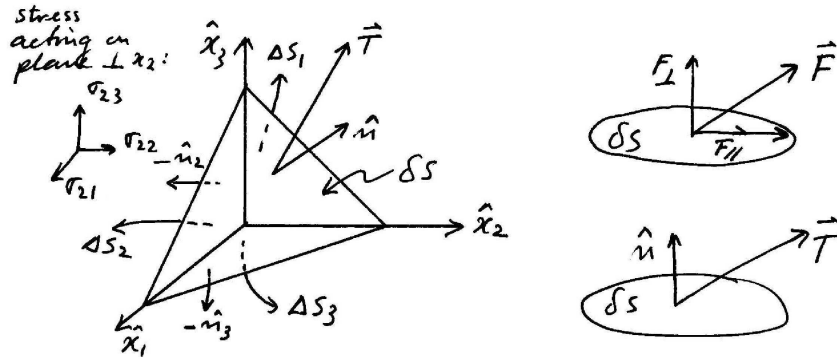
4.4 Esfuerzo

Se define como fuerza por unidad de área, y la unidad principal es Nm^{-2} (o Pascal: $1 \text{ Nm}^{-2} = 1 \text{ Pa}$). Similar a la deformación, también podemos distinguir entre el **esfuerzo normal**, la fuerza \mathbf{F}_\perp por unidad de área que es perpendicular al elemento de superficie $\delta\mathbf{S}$, y el **esfuerzo cortante**, que es la fuerza \mathbf{F}_\parallel por unidad de área que es paralela a $\delta\mathbf{S}$ (ver la figura abajo). La fuerza \mathbf{F} que actúa sobre el elemento superficial $\delta\mathbf{S}$ puede ser descompuesta en tres componentes en la dirección de los ejes coordenados: $\mathbf{F} = (F_1, F_2, F_3)$. Más adelante definiremos

un vector unitario $\hat{\mathbf{n}}$ normal al elemento de superficie $\delta\mathbf{S}$. La longitud de $\hat{\mathbf{n}}$ es, por supuesto, $|\hat{\mathbf{n}}| = 1$.

Para el esfuerzo definimos la tracción como un vector que representa la fuerza total por unidad de área sobre $\delta\mathbf{S}$. Similar a la fuerza \mathbf{F} , también la tracción \mathbf{T} puede ser descompuesta en $\mathbf{T} = (T_1, T_2, T_3) = T_1\hat{x}_1 + T_2\hat{x}_2 + T_3\hat{x}_3$. La tracción \mathbf{T} representa el esfuerzo total que actúa sobre $\delta\mathbf{S}$.

Para obtener una definición más útil de la tracción \mathbf{T} en términos de elementos del tensor de esfuerzo se considera un tetraedro. Tres lados del tetraedro son escogidos para ser ortogonales a los ejes principales en el sentido que Δs_i es ortogonal a x_i ; la cuarta superficie, $\delta\mathbf{S}$, tiene una orientación arbitraria. El esfuerzo que realiza un trabajo sobre cada una de las superficies del tetraedro puede ser descompuesta en componentes a lo largo de los ejes principales del sistema de coordenadas. Usamos la convención de notación siguiente: el componente del esfuerzo que trabaja sobre el plano $\perp x_j$, en la dirección de x_i , es σ_{ji} , etc.



Balanza de esfuerzo en el tetraedro de esfuerzo.

Si el sistema está en equilibrio entonces una fuerza \mathbf{F} que trabaja sobre $\delta\mathbf{S}$ debe ser cancelada por las fuerzas que actúan sobre las otras tres superficies: $\sum F_i = T_i\delta S - \sigma_{1i}\Delta s_1 - \sigma_{2i}\Delta s_2 - \sigma_{3i}\Delta s_3 = 0$ de modo que $T_i\delta S = \sigma_{1i}\Delta s_1 + \sigma_{2i}\Delta s_2 + \sigma_{3i}\Delta s_3$. Sabemos que la expresión no debería depender de nuestra elección de $\Delta\mathbf{S}$ ni de $\delta\mathbf{S}$ (ya que el primero fue elegido y el segundo es arbitrario). Esto fácilmente es comprendido notando que $\delta\mathbf{S}$ y $\Delta\mathbf{S}$ están relacionados: Δs_i no es nada más que la proyección ortogonal de $\delta\mathbf{S}$ en el plano perpendicular al eje principal x_i : $\Delta s_i = \cos\varphi_i\delta S$, con φ_i el ángulo entre $\hat{\mathbf{n}}$, la normal a $\delta\mathbf{S}$, y x_i . Pero $\cos\varphi_i$ es de hecho simplemente n_i de modo que $\Delta s_i = n_i\delta S$. Usando esto tenemos:

$$T_i\delta S = \sigma_{1i}n_1\delta S + \sigma_{2i}n_2\delta S + \sigma_{3i}n_3\delta S \quad (4.5)$$

ó

$$T_i = \sigma_{1i}n_1 + \sigma_{2i}n_2 + \sigma_{3i}n_3 \quad (4.6)$$

Por lo tanto: el i -ésimo componente del vector de tracción viene dado por una combinación lineal de los esfuerzos que actúan en las i -ésimas direcciones sobre

la superficie perpendicular a x_j (o paralelas a n_j), donde $j = 1, 2, 3$;

$$T_i = \sigma_{ji}n_j \quad (4.7)$$

Por el contrario, un elemento σ_{ji} del tensor de esfuerzo se define como el i -ésimo componente de la tracción que actúa sobre la superficie perpendicular al j -ésimo eje (x_j):

$$\sigma_{ji} = T_i(x_j) \quad (4.8)$$

Los 9 componentes σ_{ij} de todas las tracciones forman los elementos del tensor de esfuerzo:

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ & & \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

Los esfuerzos normales son representados por elementos de la diagonal $i = j$ y el esfuerzo cortante por los elementos fuera de la diagonal $i \neq j$. Se puede demostrar que en ausencia de fuerzas de cuerpo el tensor de esfuerzo es simétrico $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$, de modo que hay sólo 6 elementos independientes. Podemos diagonalizar el tensor de esfuerzo cambiando nuestro sistema de coordenada de tal modo que no haya esfuerzo cortante sobre las superficies perpendiculares a cualquiera de los ejes principales. Entonces el tensor de esfuerzo tiene la forma:

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

Algunos casos de interés especial son:

- **esfuerzo uniaxial:** sólo uno de los ejes principales no es cero.
Ejemplo: $\sigma_1 \neq 0, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$.
- **esfuerzo planar:** sólo uno de los esfuerzo principales es cero.
Ejemplo: $\sigma_1 = 0, \sigma_2, \sigma_3 \neq 0$.
- **cortante puro:** $\sigma_3 = 0, \sigma_1 = -\sigma_2$.
- **esfuerzo isotrópico (o hidrostático):** $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = p$, ($p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$), de modo que el esfuerzo desviatorio, i.e. la desviación del esfuerzo hidrostática es escrita como:

$$\sigma'_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_1 - p & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 - p & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 - p \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

4.5 Ecuación de movimiento, ecuación de las ondas

Con la expresión anterior para el tensor de deformación (simétrico)

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u(x_i)}{\partial x_j} + \frac{\partial u(x_j)}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = \epsilon_{ji} \quad (4.12)$$

y las definiciones de tracción T_i y los elementos del tensor de esfuerzo σ_{ij} (ver ecuaciones (4.7) y (4.8), y recuerde que $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$), podemos formular la expresión básica de la ecuación de movimiento:

$$\begin{aligned} \sum F_i &= ma_i = \int_V f_i dV + \int_S T_i dS \\ \int_V \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} dV &= \int_V f_i dV + \int_S \sigma_{ij} n_j dS \end{aligned} \quad (4.13)$$

Si aplicamos el teorema de la divergencia de Gauss, esto puede ser escrito como:

$$\begin{aligned} \int_V \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} dV &= \int_V \left(f_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \right) dV \\ \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} &= f_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (4.14)$$

que es la ecuación de Navier. Para muchos conceptos en sismología podemos ignorar las fuerzas de cuerpo (f_i), entonces la ecuación de movimiento es

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (4.15)$$

Nota que las fuerzas de cuerpo como la gravedad no siempre pueden ser ignoradas - por ejemplo en sismología de bajas frecuencias, la gravedad puede ser una importante fuerza restauradora de algunas oscilaciones.

Tenemos la ecuación (4.15) en su forma tensorial (con notación de Einstein), en su forma vectorial dice que la aceleración es proporcional a la divergencia del tensor de esfuerzo:

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad (4.16)$$

Ecuación (4.15) representa tres ecuaciones ($i = 1, 2, 3$), pero hay más que tres incógnitas (los 6 elementos independientes del tensor de esfuerzo σ_{ij} y la densidad ρ). En esta forma general la ecuación de movimiento no tiene una solución única. Tenemos que definir la respuesta del material a las fuerzas que siente. Específicamente, necesitamos saber la relación entre esfuerzo y deformación.

En una dimensión, esta relación está dada por $\sigma = E\epsilon$ donde E es el módulo de Young (la tasa del esfuerzo con la deformación en la misma dirección, es decir una expresión de la oposición a la extensión). Pero en tres dimensiones esta relación no sirve. deformaciones en una dirección pueden producir esfuerzo en tres dimensiones.

Claramente, una relación escalar entre los tensores de esfuerzo y deformación no es válida: $\sigma_{ij} \neq E\epsilon_{ij}$. Tenemos que expresar los elementos del tensor de esfuerzo como una combinación lineal de los elementos del tensor de deformación.

Esta combinación lineal está dada por un tensor de cuarto orden c_{ijkl} de constantes elásticas:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}\epsilon_{kl} \quad (4.17)$$

Esta forma general para la elasticidad es conocida como la ley de Hooke generalizada y c_{ijkl} es conocido como el tensor de rigidez. La sustitución de (4.17) en (4.15) nos da la ecuación de ondas para la transmisión de un desplazamiento con la velocidad de la onda dada por la densidad ρ y las constantes elásticas c_{ijkl} en un medio elástico y homogéneo (sin fuerzas de cuerpo):

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = c_{ijkl} \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \quad (4.18)$$

En tres dimensiones, un tensor de cuarto orden contiene $3^4 = 81$ elementos. Entonces, tenemos una ecuación (4.18) en que existen 3 partes ($i = 1, 2, 3$) para resolver 82 desconocidos (la densidad más 81 módulos elásticos). La situación mejora cuando consideramos la simetría de los tensores involucrados. La simetría de los tensores del esfuerzo y la deformación nos da la simetría del tensor de rigidez: $c_{ijkl} = c_{jikl} = c_{jilk} = c_{ijlk}$. Éste reduce el número de elementos independientes en c_{ijkl} a $6 \times 6 = 36$. También se puede demostrar (con argumentos no triviales) que $c_{ijkl} = c_{klij}$, esta condición baja el número de elementos independientes a 21. Éste representa un medio homogéneo pero anisotrópico (anisotropía significa que la relación entre esfuerzo y deformación depende de la dirección i). Para restringir más la complejidad del medio podemos reducir más el número de elementos en el tensor de rigidez.

El caso más simple es un medio homogéneo e isotrópico (es decir, no hay una dependencia de propiedades elásticas con la dirección en el medio), y podemos mostrar que en esa situación la forma general del tensor de cuarto orden es:

$$c_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (4.19)$$

donde λ y μ son los únicos dos elementos independientes: λ y μ son llamados las constantes de Lamé (por el matemático francés G. Lamé). La función delta de Kronecker $\delta_{ij} = 1$ para $i = j$ y $\delta_{ij} = 0$ para $i \neq j$. La sustitución de ecuación (4.19) en (4.17) nos da para el tensor de esfuerzo:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}\epsilon_{kl} = \lambda \delta_{ij} \epsilon_{kk} + 2\mu \epsilon_{ij} = \lambda \delta_{ij} \Delta + 2\mu \epsilon_{ij} \quad (4.20)$$

con Δ la dilatación cúbica, o cambio en volumen. Esa forma de la ley de Hooke fue derivada primeramente por Navier en ~ 1820 . La constante de Lamé μ se llama módulo cortante o rigidez - es una medida de la oposición del medio a un esfuerzo cortante. La rigidez es muy grande para un material rígido, pero pequeña para un medio con baja viscosidad ($\mu \approx 0$ para agua o hierro metálico líquido en el núcleo externo). La otra constante de Lamé, λ , no tiene sentido físico pero define importantes parámetros elásticos en combinación con μ . Lo más interesante para nosotros es la definición de κ , el módulo de volumen o no-compresibilidad: $\kappa = \lambda + \frac{2}{3}\mu$. El módulo de volumen es una medida de la oposición a un cambio en volumen: $\kappa = -\frac{\partial P}{\partial \Delta}$, con P la presión y Δ la dilatación

cúbica, y es grande cuando el cambio en volumen es pequeño para una presión grande. Nota que necesitamos una negativa en la definición porque con un aumento en la presión el volumen disminuye (cuando $P > 0$, $\Delta < 0$).

Ya podemos ver que el tensor de esfuerzo, σ_{ij} , contiene términos que representan oposición a ambos cambios en volumen o cambios en torsión:

$$\text{esfuerzo} = \text{efectos de cambios en volumen} + \text{torsión del material}$$

Ese es un resultado fundamental y significa que la propagación de ondas tiene componentes compresionales (dilatacionales), P , y transversales (torsionales), S . Con la relación entre esfuerzo y deformación definida podemos derivar la ecuación que describe la propagación de ondas en un medio homogéneo, isotrópico y elástico:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \mu \nabla^2 u_i \quad (4.21)$$

Que representa un sistema de 3 dimensiones ($i = 1, 2, 3$) con tres incógnitas (ρ , λ , μ). Nota que en sismología esos parámetros no son constantes; en la Tierra son funciones de posición \mathbf{r} y cambian significativamente, en particular con la profundidad.

4.6 Ondas P y S

Aquí mostraremos que las soluciones a la ecuación de ondas contienen un término dilatacional y un término rotacional, las ondas P y S respectivamente. Usando notación vectorial se puede escribir la ecuación de ondas (4.21) como

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = (\lambda + \mu) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (4.22)$$

o, usando la identidad vectorial

$$\nabla^2 \mathbf{u} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - (\nabla \times \nabla \times \mathbf{u}) \quad (4.23)$$

podemos reescribir la ecuación de ondas como:

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = (\lambda + 2\mu) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \mu(\nabla \times \nabla \times \mathbf{u}) \quad (4.24)$$

que es un sistema de tres ecuaciones diferenciales parciales para un campo de desplazamiento \mathbf{u} por un medio. En general es difícil resolver ese sistema directamente por el desplazamiento \mathbf{u} , y típicamente tratamos de descomponer la ecuación en ecuaciones que representan propagación de ondas P y S .

Podemos eliminar las contribuciones rotacionales del desplazamiento si tomamos la divergencia de la ecuación (4.24) y usar la propiedad para un campo vectorial \mathbf{a} , que $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{a}) = 0$. También podemos eliminar las contribuciones dilatacionales si tomamos el rotor de (4.24) y usar el hecho para un campo escalar b , que $\nabla \times \nabla b = \mathbf{0}$.

- Tomando la divergencia de (4.24) nos da:

$$\rho \frac{\partial^2 (\nabla \cdot \mathbf{u})}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla^2 (\nabla \cdot \mathbf{u}) \quad (4.25)$$

o, con $\nabla \cdot \mathbf{u} = \Delta$,

$$\boxed{\frac{\partial^2 \Delta}{\partial t^2} = \alpha^2 \nabla^2 \Delta} \quad (4.26)$$

que es una ecuación de onda escalar que describe la propagación de un cambio en volumen Δ a través del medio con una velocidad

$$\alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{\kappa + \frac{4}{3}\mu}{\rho}} \quad (4.27)$$

En la Tierra, $\kappa = \kappa(\mathbf{r})$, $\mu = \mu(\mathbf{r})$, $\rho = \rho(\mathbf{r}) \Rightarrow \alpha = \alpha(\mathbf{r})$

- Tomando el rotor de (4.24) nos da:

$$\rho \frac{\partial^2 (\nabla \times \mathbf{u})}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla \times \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) - \mu \nabla \times (\nabla \times \nabla \times \mathbf{u}) \quad (4.28)$$

que, con $\nabla \times \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) = \mathbf{0}$, y la identidad vectorial (4.23), y el hecho que $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{a}) = 0$, nos da:

$$\boxed{\frac{\partial^2 (\nabla \times \mathbf{u})}{\partial t^2} = \beta^2 \nabla^2 (\nabla \times \mathbf{u})} \quad (4.29)$$

Esa es una ecuación vectorial que describe la propagación de una distorsión rotacional $\nabla \times \mathbf{u}$ con una velocidad

$$\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (4.30)$$

En la Tierra, $\mu = \mu(\mathbf{r})$, $\rho = \rho(\mathbf{r}) \Rightarrow \beta = \beta(\mathbf{r})$

Los componentes dilatacionales y rotacionales del campo de desplazamiento son conocidos como ondas P y S , respectivamente.

Descomposición de Helmholtz

Una manera más elegante para mostrar que las soluciones de la ecuación de ondas son ondas P y S es usando el hecho que cualquier campo vectorial puede ser representado con una combinación del gradiente (∇) de un potencial escalar y el rotor ($\nabla \times$) de un potencial vectorial. Esa descomposición se conoce como el teorema de Helmholtz. Usando ese teorema podemos escribir el desplazamiento \mathbf{u} como

$$\mathbf{u} = \nabla \Phi + \nabla \times \Psi \quad (4.31)$$

con Φ un potencial escala y Ψ un potencial vectorial sin divergencia (es decir, $\nabla \cdot \Psi = 0$).

Sustitución de (4.31) en la ecuación general de ondas (4.24) (y aplicando la identidad vectorial (4.23)) nos da:

$$\rho \nabla \ddot{\Phi} + \rho (\nabla \times \ddot{\Psi}) = (\lambda + 2\mu) \nabla (\nabla^2 \Phi) + \mu (\nabla \times \nabla^2 \Psi) \quad (4.32)$$

que es una ecuación diferencial de cuarto orden. Ecuación (4.32) puede ser resuelta con 2 requisitos:

1.

$$(\lambda + 2\mu)\nabla^2\Phi - \rho\ddot{\Phi} = 0 \quad (4.33)$$

que es una ecuación escalar para la propagación de un campo de desplazamiento sin rotor, Φ , con velocidad

$$\alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{\kappa + \frac{4}{3}\mu}{\rho}} \quad (4.34)$$

2.

$$\mu\nabla^2\mathbf{\Psi} - \rho\ddot{\mathbf{\Psi}} = 0 \quad (4.35)$$

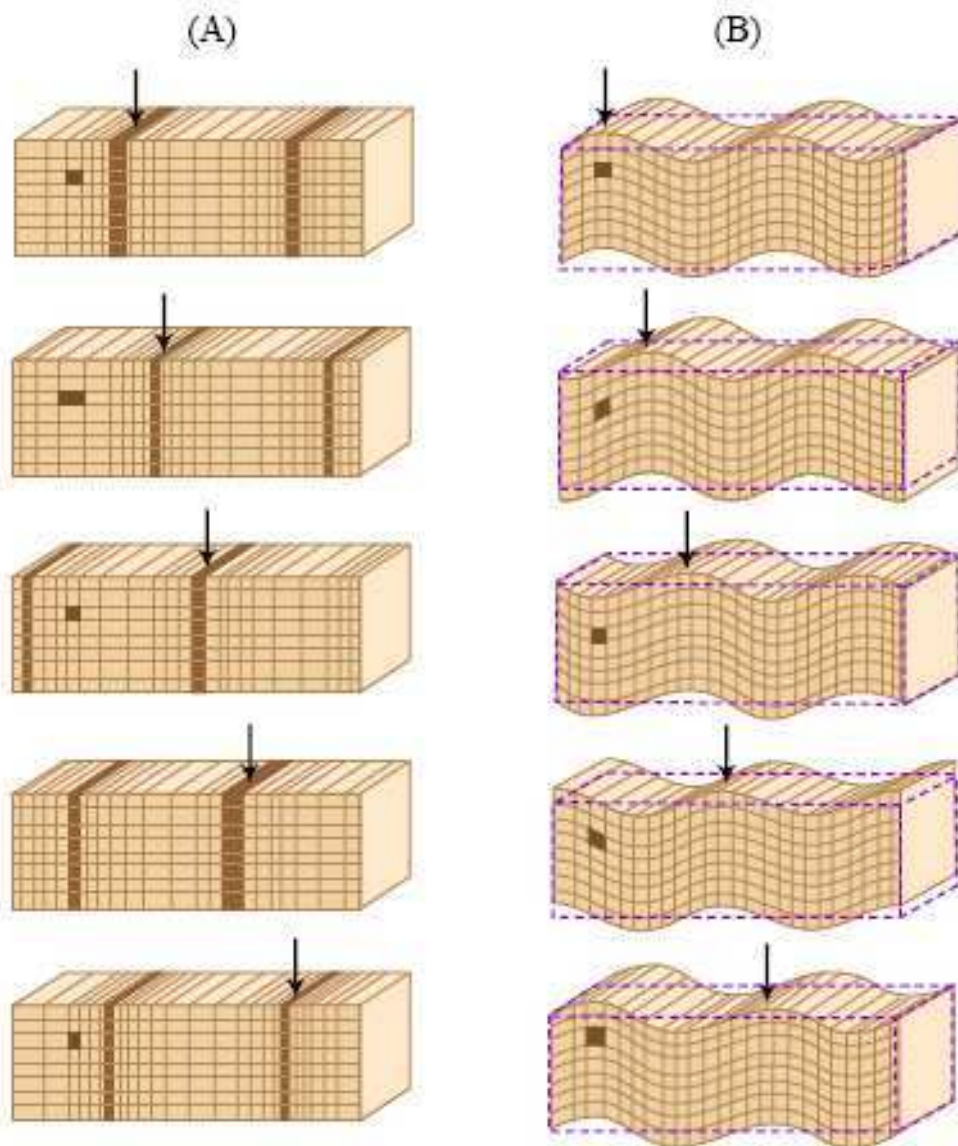
que es una ecuación vectorial para la propagación de un campo de desplazamiento sin divergencia, $\mathbf{\Psi}$, con velocidad

$$\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (4.36)$$

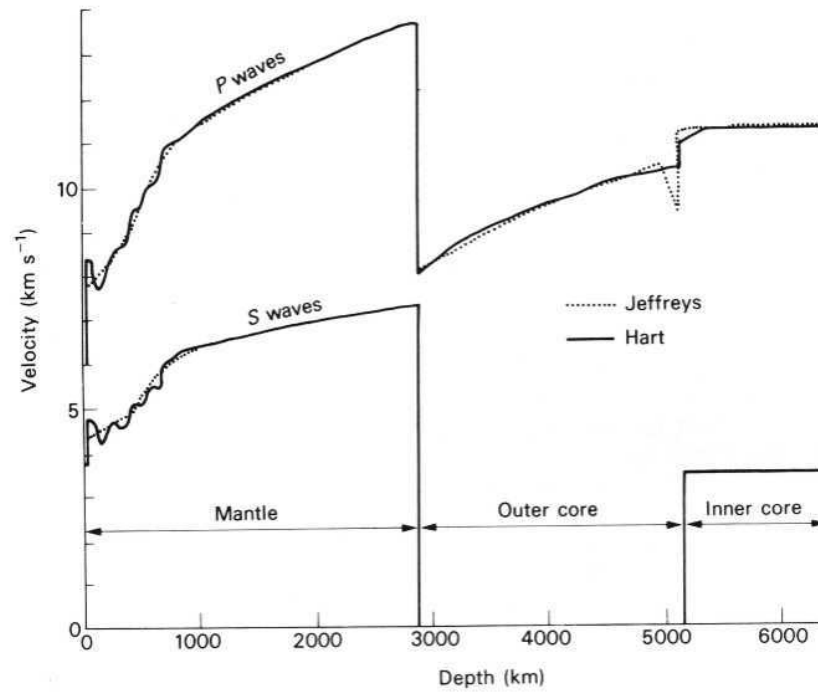
Siempre es más fácil resolver las ecuaciones (4.33) y (4.35) que resolver directamente por \mathbf{u} . Después podemos obtener \mathbf{u} usando (4.31). Nota que mientras podamos separar el campo de desplazamiento en ondas P y S , el desplazamiento total incluye ambos tipos de onda.

4.7 Comentarios adicionales

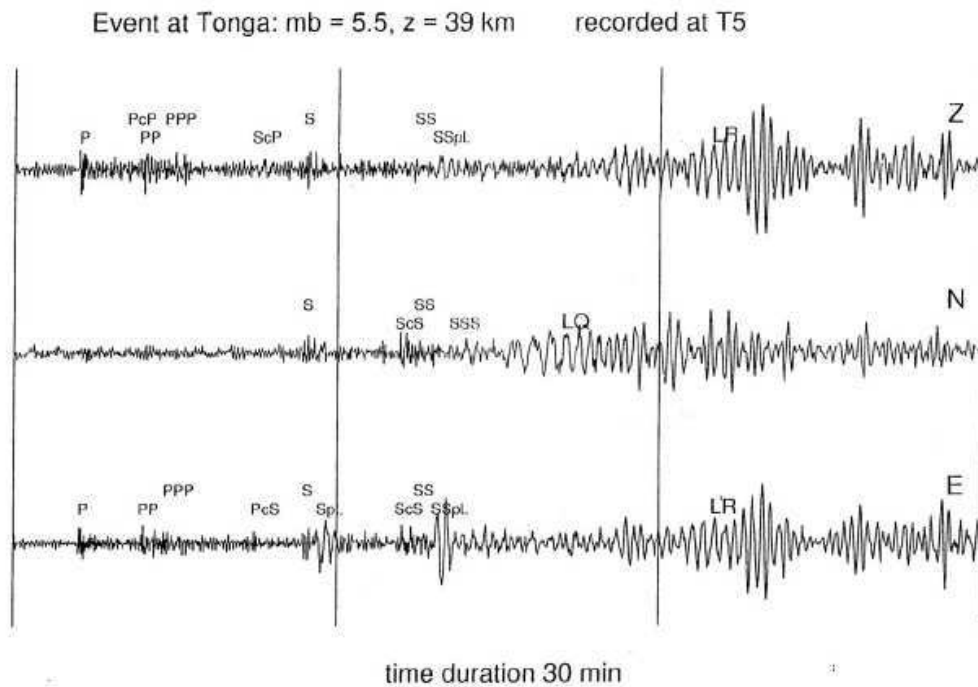
- La existencia de ondas P y S fue demostrada primeramente por Poisson (en 1828). $\mathbf{u} = \nabla\Phi + \nabla \times \mathbf{\Psi}$ nos da la solución completa por el desplazamiento en un medio elástico, homogéneo e isotrópico sin fronteras. Más tarde (la sección 4.14) podemos ver que cuando hay una superficie en el medio, hay más soluciones a las ecuaciones de movimiento. Estas soluciones son las ondas de superficie (ondas Rayleigh y Love).
- Como $\kappa > 0$ y $\mu \geq 0 \Rightarrow \alpha > \beta$; las ondas P se propagan más rápido que las ondas S .
- La solución que obtuvimos aquí está bien para una aproximación de altas frecuencias, que es válida en sismología con periodos $< \sim 300$ segundos.
- Las tres componentes del campo de desplazamiento pueden ser registradas completamente con tres mecanismos ortogonales. En sismología usamos sensores con un componente vertical (Z) y dos horizontales ($N-S$, y $E-O$).



(A) Onda P : el volumen de la región notada cambia cuando pasa la onda. (B) Onda S : el volumen de la región notada no cambia, y solamente hay distorsión cortante.



Velocidades de las ondas P y S para los modelos de Jeffreys (1939) y Hart (1977).



Ejemplo de un registro de un sismómetro de tres componentes.

4.8 Propagación en el plano x - z : ondas P , SV y SH

De la ecuación (4.24) tenemos la ecuación de propagación de ondas:

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \mu(\nabla \times \nabla \times \mathbf{u}) \quad (4.37)$$

y podemos expresar el desplazamiento en términos de un potencial escalar (sin rotor) y un potencial vectorial (sin divergencia) (4.31)

$$\mathbf{u} = \nabla\Phi + \nabla \times \Psi \quad (4.38)$$

Usando la ecuación de ondas planas para el desplazamiento,

$\mathbf{u} = \text{Cte. exp}(i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t))$, la ecuación de ondas tiene dos partes:

$$\omega^2 \Phi = -\alpha^2 \nabla \cdot \mathbf{u} = -\alpha^2 \nabla^2 \Phi \quad (4.39)$$

$$\omega^2 \Psi = -\beta^2 \nabla \times \mathbf{u} = \beta^2 \nabla \times \nabla \times \Psi \quad (4.40)$$

con Φ asociado con el cambio en volumen (recuerde $\nabla \cdot \mathbf{u}$ se llama la dilatación cúbica), y Ψ la componente rotacional del campo de desplazamiento.

Consideramos un sistema de coordenadas Cartesianas (x, y, z) , con z hacia lo profundo. Si la onda plana se propaga en el plano $x - z$, $\frac{\partial}{\partial y} = 0$ y podemos escribir:

$$\nabla\Phi = \frac{\partial}{\partial x} \Phi \hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial}{\partial z} \Phi \hat{\mathbf{z}} \quad (4.41)$$

y

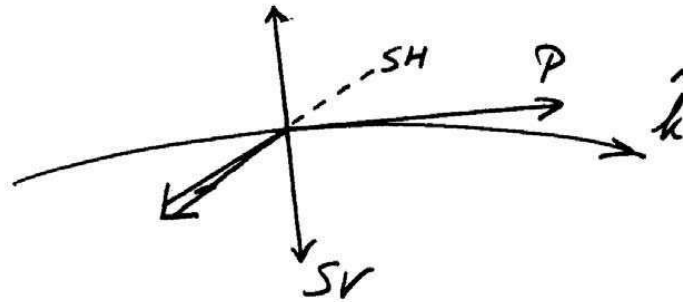
$$\nabla \times \Psi = \begin{vmatrix} \partial/\partial x & 0 & \partial/\partial z \\ \Psi_x & \Psi_y & \Psi_z \\ \hat{\mathbf{x}} & \hat{\mathbf{y}} & \hat{\mathbf{z}} \end{vmatrix} \quad (4.42)$$

Entonces,

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{\partial \Psi_y}{\partial z} \\ u_y &= \frac{\partial \Psi_x}{\partial z} - \frac{\partial \Psi_z}{\partial x} \\ u_z &= \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{\partial \Psi_y}{\partial x} \end{aligned} \quad (4.43)$$

La dirección del desplazamiento de Φ está en el plano $x - z$ y es compresional - Φ es el potencial de la onda P . El desplazamiento de la onda SV (S vertical) está en el mismo plano, y es dado por Ψ_y . Finalmente, la onda SH (S horizontal) es perpendicular a ese plano, en la dirección u_y , y está asociada con Ψ_x y Ψ_z .

La propagación de la onda P no tiene rotor y no tiene componentes perpendiculares a la dirección de propagación de la onda, dada por el vector de onda \mathbf{k} : es una onda longitudinal con movimiento de las partículas en la dirección de \mathbf{k} . En contraste, el movimiento de las partículas asociado con la onda S , que es rotacional, es en un plano perpendicular al \mathbf{k} . Ese movimiento transversal puede ser descompuesto en polarización vertical (la onda SV) y polarización horizontal (la onda SH).



Ondas P y S : dirección de movimiento de partículas y dirección de propagación.

4.9 Ondas Planas

Funciones del tipo $\exp(i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t))$ se llaman ondas planas. Aquí están algunas características:

- **Ondas viajeras:** Notamos que ondas planas son de la forma general que describe ondas viajeras:

$$\Phi(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct) \quad (4.44)$$

con f y g funciones arbitrarias. Esto se llama la solución de D'Alembert. La función $f(x - ct)$ representa una distorsión que se propaga, en la dirección positiva de x , con velocidad c ; la función $g(x + ct)$ representa una distorsión que se propaga en la dirección negativa de x : y si consideramos las ondas en sismología como rayos, que se propagan en la dirección $+x$, podemos ignorar g .

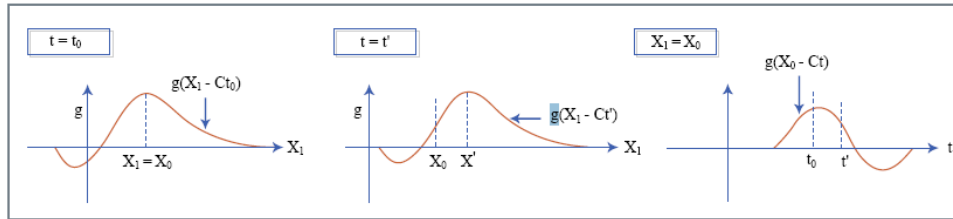
- **Longitud de onda:** Con $|\mathbf{k}| = k = 2\pi/\lambda$ (y \mathbf{k} en la dirección x por simplicidad), la parte espacial puede ser manipulada así:

$$e^{i\frac{2\pi}{\lambda}x} = e^{i\frac{2\pi}{\lambda}x} e^{i2\pi N} = e^{i\frac{2\pi}{\lambda}(x+N\lambda)} \quad (4.45)$$

para mostrar que λ es la longitud de onda - después de esa distancia, el patrón de desplazamiento se repite.

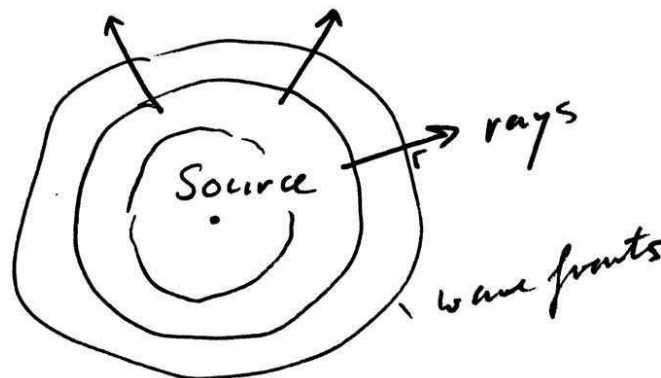
- **Fase:** Con el tiempo t aumentando, el argumento de la función f no cambia dado que x también cambia (entonces la propagación es por el eje $+x$). En otras palabras, si el argumento queda constante significa que la forma definida por la función f se traslada a través del espacio. El argumento de f , $x - ct$, se refiere como la fase. Entonces c es la velocidad de la fase.

Un frente de onda es una superficie a través de todos los puntos de fase iguales, es decir, una superficie que conecta todos los puntos al mismo



La deformación en 1-dimensión $f(x - ct)$ graficada como una función de posición para dos tiempos t_0 y t' (izquierda y centro), y como una función de tiempo en una posición $x_1 = x_0$ (derecha). Note que un sismómetro registra el desplazamiento $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{r}_0, t)$ a una posición específica, \mathbf{r}_0 .

tiempo de viaje T lejos de la fuente. En otras palabras, ante el frente de onda todas las partículas se mueven en fase. Los rayos son normales a los frentes de onda y apuntan en la dirección de la propagación de la onda. El uso de rayos y frentes de onda en sismología tiene muchas similitudes con la óptica, y se llama la teoría de rayos geométricos.



Frentes de onda sísmicas.

A distancias suficientemente grandes de la fuente las ondas de cuerpo pueden ser modeladas como ondas planas. Generalmente, el observador debe estar a más de 5 longitudes de onda de la fuente para poder aplicar la aproximación de un campo lejano / de ondas planas.

- **Dirección de la polarización:** La dirección de la polarización es, a veces, diferente de la dirección de propagación. Todas las ondas se propagan en la dirección de su vector de onda, \mathbf{k} . El desplazamiento de la onda P ($\nabla\Phi$) es paralelo a \mathbf{k} ; el desplazamiento SV ($\nabla \times \Psi_y$) es perpendicular a \mathbf{k} en el plano $x - z$; y el desplazamiento SH es perpendicular a ese plano (en la dirección y). Para indicar explícitamente la propagación en la dirección

paralela o perpendicular a \mathbf{k} , se puede escribir:

$$\begin{array}{ll} \text{Para ondas } P: & \text{Para ondas } S: \\ \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = A_n \mathbf{k} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} & \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = B_n \times \mathbf{k} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \end{array} \quad (4.46)$$

- **Sismología de baja y alta frecuencia:** Las variables usadas para describir las componentes oscilatorias están relacionadas como sigue:

$$\begin{array}{ll} \text{Frecuencia angular} & \omega = kc \\ \text{Longitud de onda} & \lambda = cT = 2\pi/k \\ \text{Número de onda} & k = \omega/c \\ \text{Frecuencia} & f = \omega/2\pi = c/\lambda \\ \text{Periodo} & T = 1/f = \lambda/c = 2\pi/\omega \end{array}$$

Ondas sísmicas tienen frecuencias f que alcancen de ~ 0.3 mHz a ~ 100 Hz. El periodo más largo en sismología está asociado con las oscilaciones fundamentales de la Tierra: $T \approx 59$ min. Para una velocidad de onda típica de 5 km/s, ésta involucra longitudes de ondas de la señal entre 15,000 km y 50 m. Existen subdivisiones en sismología que están basadas sobre frecuencia, aunque los bordes entre ellas son vagos:

$$\begin{array}{lll} \text{Sismología de baja frecuencia} & f < 20 \text{ mHz} & \lambda > 250 \text{ km} \\ \text{Sismología de alta frecuencia} & 50 \text{ mHz} < f < 10 \text{ Hz} & 0.5 \text{ km} < \lambda < 100 \text{ km} \\ \text{Sismología de exploración} & f > 10 \text{ Hz} & \lambda < 500 \text{ m} \end{array}$$

4.10 Solución por la separación de variables

Tratamos de resolver

$$c^2 \nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Phi \quad (4.47)$$

por separación de variables. Entonces proponemos una solución de:

$$\Phi = X(x)Y(y)Z(z)T(t) \quad (4.48)$$

Si ponemos (4.48) en (4.47) y multiplicamos por $1/(XYZT)$, obtenemos

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} + \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} - \frac{1}{c^2 T} \frac{d^2 T}{dt^2} = 0 \quad (4.49)$$

Cada uno de esos términos deben ser constantes que sumen cero. Si elegimos ω^2 para T , y k_x^2 , k_y^2 y k_z^2 para las funciones espaciales, las constantes satisfacen la relación:

$$k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 - k_y^2 \quad (4.50)$$

Con esas constantes, es fácil mostrar que X , Y , Z y T son funciones oscilatorias:

$$\begin{aligned} X &\sim \exp(\pm ik_x x) \\ Y &\sim \exp(\pm ik_y y) \\ Z &\sim \exp(\pm ik_z z) \\ T &\sim \exp(\pm i\omega t) \end{aligned} \quad (4.51)$$

Obtenemos las soluciones de la ecuación de onda. Por supuesto cualquier combinación lineal de soluciones particulares nos da la solución general, y también necesitamos elegir el signo de (4.51) desde las condiciones de borde.

4.11 El campo de ondas - Acoplamiento de las ondas P y SV

Empezamos con una onda P , en el plano $x-z$, incidente en una superficie libre, con un ángulo desde el normal i . Podemos identificar la onda P con su vector de onda \mathbf{k} . En nuestro caso, sabemos que

$$k_x = \left| \frac{\omega}{\alpha} \right| \sin i \quad \text{y} \quad k_z = \left| \frac{\omega}{\alpha} \right| \cos i \quad (4.52)$$

Hay dos diferentes tipos de condiciones de borde en sismología - las cinemáticas, que tienen restricciones sobre el desplazamiento; y las dinámicas, que tienen restricciones sobre los esfuerzos (o tracciones). La superficie libre no debe tener tracciones. Para una superficie con su vector normal en la dirección z , la tracción es:

$$\mathbf{T}(\mathbf{u}, \hat{\mathbf{z}}) = (\sigma_{xz}, \sigma_{yz}, \sigma_{zz}) \quad (4.53)$$

Para materiales isotrópicos, tenemos la siguiente definición del tensor de esfuerzo:

$$\sigma_{ij} = \lambda(\nabla \cdot \mathbf{u})\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.54)$$

- **Tracciones debido a la onda P :** Sabemos que el desplazamiento está dado por el potencial de desplazamiento de la onda P , Φ , (ver 4.43)

$$\mathbf{u} = \nabla\Phi = \left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}, 0, \frac{\partial\Phi}{\partial z} \right) \quad (4.55)$$

Entonces las componentes requeridas del tensor de esfuerzo son:

$$\begin{aligned} \sigma_{xz} &= 2\mu \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial z} \\ \sigma_{yz} &= 0 \\ \sigma_{zz} &= \lambda \nabla^2 \Phi + 2\mu \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (4.56)$$

- **Tracciones debido a la onda SV :** El desplazamiento está dado por el rotor del potencial Ψ_y (ver 4.43)

$$\mathbf{u} = \left(-\frac{\partial \Psi_y}{\partial z}, 0, \frac{\partial \Psi_y}{\partial x} \right) \quad (4.57)$$

Para el tensor de esfuerzo, encontramos:

$$\begin{aligned} \sigma_{xz} &= \mu \left(\frac{\partial^2 \Psi_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \Psi_y}{\partial z^2} \right) \\ \sigma_{yz} &= 0 \\ \sigma_{zz} &= 2\mu \frac{\partial^2 \Psi_y}{\partial x \partial z} \end{aligned} \quad (4.58)$$

- **Tracciones debido a la onda SH :** La onda SH sólo tiene una componente en este sistema de coordenadas:

$$\mathbf{u} = (0, u_y, 0) \quad (4.59)$$

y el tensor de esfuerzo tiene componentes:

$$\begin{aligned} \sigma_{xz} &= 0 \\ \sigma_{yz} &= \mu \frac{\partial u_y}{\partial z} \\ \sigma_{zz} &= 0 \end{aligned} \quad (4.60)$$

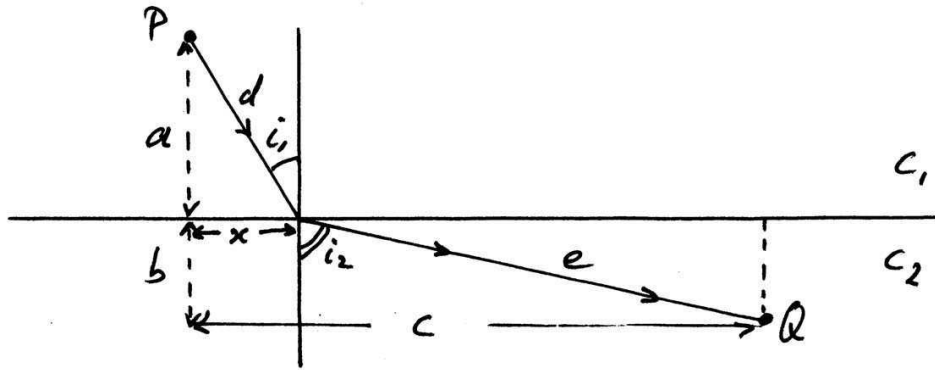
- **Acoplamiento de las ondas P y SV :** Comparando ecuaciones (4.56) y (4.58), vemos cómo ondas P y SV son acopladas naturalmente. La onda P sólo tiene energía en los componentes x y z , y también la onda SV . Con reflexión y refracción, se puede transmitir energía de la onda P entrante a una onda P reflejada y a una onda SV reflejada. Ninguna onda SH puede entrar al sistema - tienen toda su energía en el componente y (4.60).

4.12 Principio de Fermat y Ley de Snell

Un principio importante en óptica es el de Fermat, que nos da la geometría de las trayectorias de los rayos. Este principio dice que una onda que se propaga de una posición A a una posición B sigue una trayectoria con tiempo estacionario (es decir, toma el mínimo tiempo posible). Considere la figura en la página siguiente. Una raya sale del punto P que está en un medio con una velocidad c_1 y viaja a punto Q en un medio con una velocidad c_2 . Dado que las velocidades en los dos medios son constantes el rayo en cada medio es una línea recta; entonces la geometría está definida por las posiciones P , Q y el punto x donde el rayo cruza la interfase.

El tiempo de viaje de un camino arbitrario entre P y Q está dado por:

$$T_{P-Q} = \frac{d}{c_1} + \frac{e}{c_2} = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{c_1} + \frac{\sqrt{b^2 + (c-x)^2}}{c_2} \quad (4.61)$$



El principio de Fermat.

Para que el camino sea estacionario, la derivada espacial debe ser cero:

$$\frac{dT}{dx} = 0 = \frac{x}{c_1 \sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{(c-x)}{c_2 \sqrt{b^2 + (c-x)^2}} \quad (4.62)$$

y note que

$$\frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \sin i_1 \quad \text{y} \quad \frac{(c-x)}{\sqrt{b^2 + (c-x)^2}} = \sin i_2 \quad (4.63)$$

Ese nos da la ley de Snell:

$$\boxed{\frac{\sin i_2}{c_2} = \frac{\sin i_1}{c_1} \equiv p} \quad (4.64)$$

donde p se llama el parámetro de rayo.

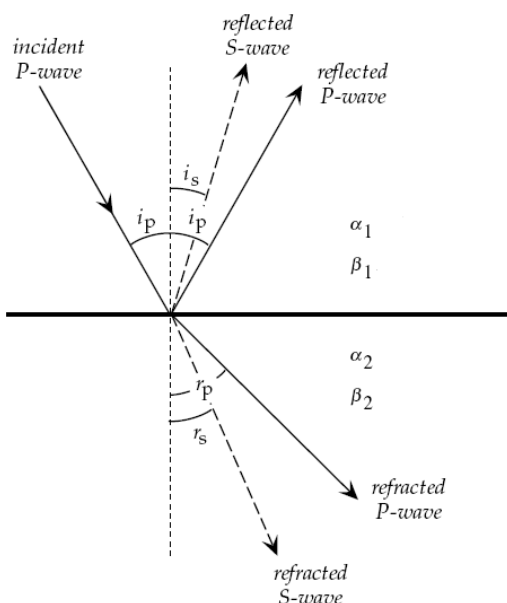
Se puede expandir esta geometría simple y considerar más capas, pero el resultado siempre es el mismo: el parámetro de rayo p es una constante a lo largo del rayo. Cuando un rayo entra a un material con una velocidad que aumenta con la profundidad, se deflecta hacia la horizontal. En sismología, el ángulo entre el rayo y la vertical se refiere como el ángulo de incidencia.

4.13 Geometría de los rayos del campo de ondas

En cada capa de un medio estratificado puede haber 6 “grupos” de ondas de cuerpo: las ondas P , SV y SH , que pueden ir hacia arriba y hacia abajo. El campo de ondas es determinado por reflexiones, refracciones y conversiones de fase. Los ángulos de incidencia que existen en este campo de ondas están controlados por la ley de Snell. La ley de Snell es:

$$\frac{\sin i_p}{\alpha_1} = \frac{\sin i_s}{\beta_1} = \frac{\sin r_p}{\alpha_2} = \frac{\sin r_s}{\beta_2} \equiv p \quad (4.65)$$

Note que el parámetro del rayo, p , es una constante del sistema, no sólo para un rayo singular, sino para el campo de onda completo generado por la reflexión y refracción de una onda P o S incidente.



Conversiones de rayos en un interfase. Onda P incidente.

4.14 Ondas de superficie

Introducción

En un medio con fronteras hay otra clase importante de ondas sísmicas, las ondas de superficie; éstas son causadas por la interacción de ondas de cuerpo con la superficie libre. Específicamente, la interacción del campo de ondas $P-SV$ con la superficie resulta en ondas Rayleigh; y la interacción del campo de ondas SH con la superficie libre (más capas internas) genera ondas Love.

Propiedades generales de ondas de superficie

Ondas de superficie se propagan por la superficie de la Tierra, que tiene implicaciones importantes para la amplitud de ellas.

La expansión cilíndrica del frente de onda para las ondas sobre la superficie de la Tierra implica que la energía de ondas de superficie decae como $1/r$, con r la distancia entre la fuente y la posición del frente de onda. La amplitud de las ondas (relacionada con la raíz cuadrada de la energía) entonces decae como $1/\sqrt{r}$. En contraste, la expansión geométrica de ondas de cuerpo en el interior de la Tierra implica que la energía decae como $1/r^2$ y su amplitud decae como $1/r$. Entonces, las amplitudes de las ondas de superficie son típicamente mayores que las ondas de cuerpo, en particular a grandes distancias de la fuente.

Otra implicación de propagación de ondas horizontales y la conservación de energía es que las ondas de superficie son evanescentes, es decir, la amplitud decae con el incremento en la profundidad y va a ~ 0 para profundidades muy

grandes. Generalmente, ondas de superficie son sensibles a una profundidad $z = \lambda/3$, con λ la longitud de la onda, y su sensibilidad es muy débil para $z > \lambda$. Por ejemplo, a un periodo de $T = 100$ s, la longitud de onda es alrededor de 450 km; esas ondas son más sensibles a los primeros 180 km del manto.

El hecho que la amplitud de ondas de superficie decae con la profundidad como $1/\lambda$ implica que ondas de larga longitud de onda (o baja frecuencia) son más sensibles a la estructura más profunda de la Tierra. En combinación con el hecho que la velocidad de la onda cambia con profundidad, eso explica por qué ondas de superficie muestran dispersión - ondas de superficie a diferentes frecuencias se propagan a diferentes velocidades.

Las ondas de superficie son típicamente de más bajas frecuencias que ondas de cuerpo. Debido a su baja frecuencia (alrededor de las frecuencias de resonancia de construcciones) y su gran amplitud, ondas de superficie causan los mayores daños en un terremoto.

- **Ondas evanescentes:** Estas son ondas que decaen exponencialmente con la profundidad. Por ejemplo, considere el potencial para una onda P que se propaga en el plano $x - z$

$$\Phi = Ae^{i(k_x x + k_z z - \omega t)} \quad (4.66)$$

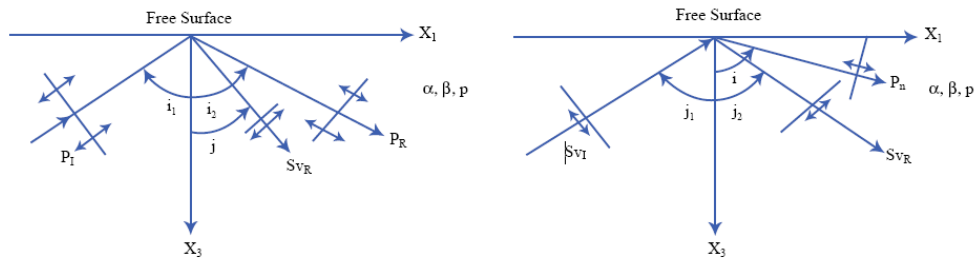
Bajo ciertas condiciones, k_z es imaginario, $k_z = i\eta\omega$, y la onda se propaga horizontalmente en la dirección x y decae en la dirección z :

$$\Phi = Ae^{i(k_x x - \omega t)} e^{-\eta\omega z} \quad (4.67)$$

Una expresión similar puede ser encontrada por el caso SV . Porque el número de onda $\eta\omega = k_z$ tiene relación con $|\mathbf{k}| = 2\pi/\lambda$, sigue que el decaimiento de la amplitud con profundidad es más grande para pequeñas longitudes de onda, y por eso hay dispersión de esas ondas.

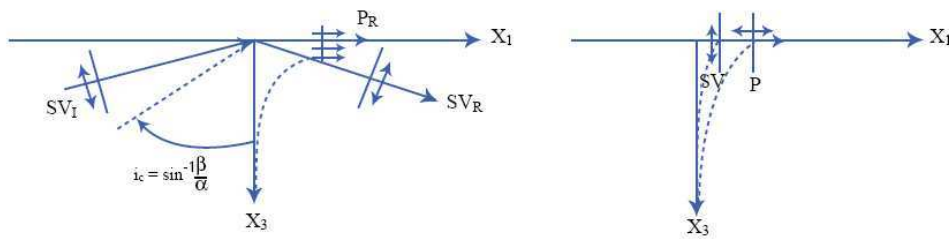
- **Ondas Rayleigh:** La interferencia entre ondas P y SV cerca de la superficie libre (es decir, la superficie de la Tierra) causa un tipo de desplazamiento conocido como ondas Rayleigh. Porque la velocidad de la onda SV , β , es menor que la velocidad de la onda P , α , hay un ángulo de interferencia para una onda SV que produce una onda P que propaga horizontalmente por la superficie.

En otras palabras, la energía de la onda P está atrapada en la superficie de una manera natural (es decir, no requiere variaciones en la velocidad de la onda con profundidad). Para conservar energía, la amplitud de la onda P que propaga horizontalmente tiene que decaer con la profundidad, y es una onda evanescente. Las ondas P evanescentes solas no satisfacen las condiciones de borde en la superficie y no se pueden propagar horizontalmente sin acoplarse con ondas SV . Esta interferencia entre las ondas P y SV produce un movimiento de las partículas en el plano $x - z$, que es retrógrado elíptico a poca profundidad, pero cambia a prógrado elíptico



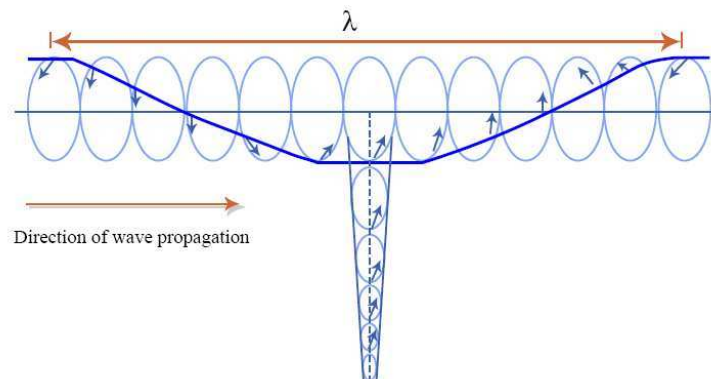
Las interacciones sobre una superficie libre para ondas P y SV .

a mayores profundidades. La onda Rayleigh puede ser observada en los componentes vertical y radial (es decir, en la dirección entre la fuente y la estación) del campo de desplazamiento.



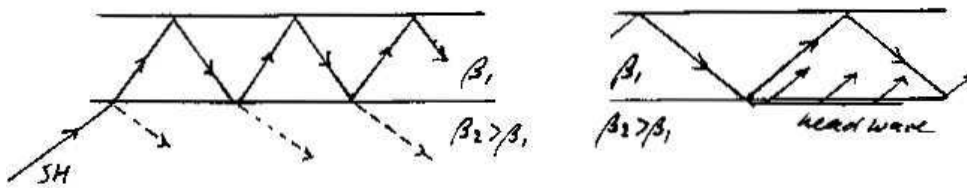
Izquierda: Reflexión post-crítica de una onda SV provoca una onda P evanescente y una reflexión SV .

Derecha: Existencia simultánea de energía P y SV evanescente por la superficie es una onda Rayleigh.



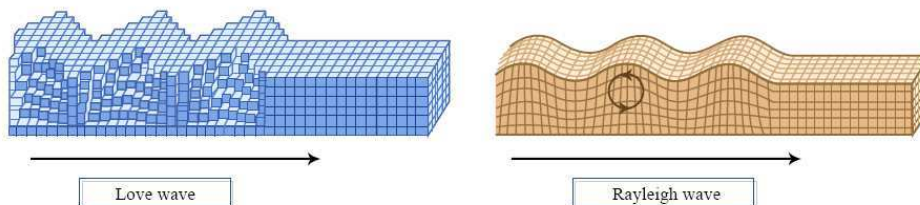
Movimiento de partículas de la onda Rayleigh cerca la superficie y como una función de la profundidad.

- **Ondas Love:** Otro tipo de onda de superficie, la onda Love, se genera por la interacción del campo de ondas de SH con la superficie libre. No existe una reflexión crítica de esas ondas SH , y para satisfacer las condiciones de borde tiene que haber una reflexión total de la onda a la superficie. Entonces, la energía SH no puede ser atrapada cerca de la superficie de un semi espacio. Para que las ondas Love puedan existir, la energía SH tiene que ser atrapada cerca de la superficie - tiene que ser una capa de baja velocidad cerca de la superficie. En la Tierra, puede ser una zona de bajas velocidades en el manto bajo el Moho (en particular bajo los océanos), que puede dar una buena propagación de ondas Love.



Ondas atrapadas en una capa de baja velocidad.

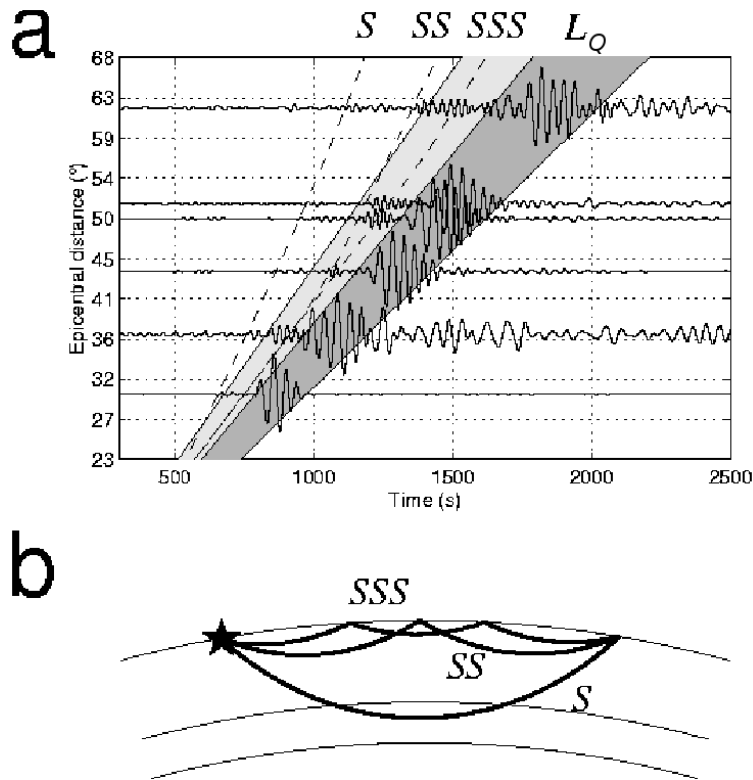
- **Velocidad de la propagación:** Ondas Love llegan antes que ondas Rayleigh, y entonces se propagan más rápido. Se puede mostrar que para ondas evanescentes que se propagan horizontalmente, la velocidad de la onda v_R es siempre más baja que α y β . Entonces, ondas Rayleigh se propagan con una velocidad menor que la velocidad de las ondas S . Para un medio con una velocidad β_1 , la velocidad de propagación de las ondas Rayleigh es alrededor de $0.9\beta_1$. Para ondas Love es diferente, la velocidad de la propagación es dominada por propagación SH en la capa, y entonces $v_L \sim \beta_1$.



Desplazamiento de las ondas Love y Rayleigh.

- **Dispersión - velocidad de grupo y de fase:** La profundidad de penetración de las ondas de superficie depende de su frecuencia. Entonces, si la velocidad dentro de la Tierra cambia con la profundidad, las velocidades de las ondas de superficie serán diferentes para diferentes frecuencias; esto es conocido como dispersión.

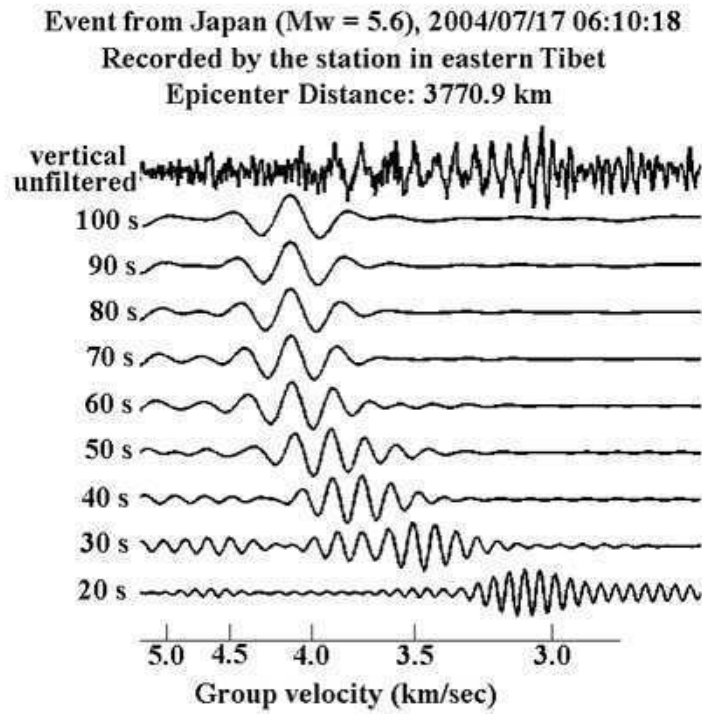
Un resultado de la dispersión es que la forma de la onda cambia con la distancia desde la fuente, y no podemos describir la propagación como una constante. Describimos la velocidad de la propagación de una parte de la forma de la onda, como una cresta, con la velocidad de fase $c = \omega/k$. También, la velocidad de propagación de la envolvente de la onda, que está relacionada con la energía, es conocida como la velocidad del grupo U .



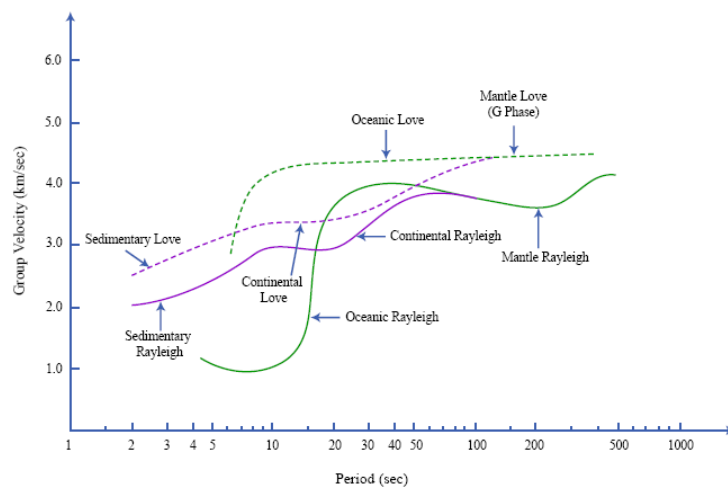
Ventanas de la velocidad de grupo, y curvas de la velocidad de fase.

En la figura de arriba, las líneas discontinuas muestran la velocidad de fase individuales. Pero note que la frecuencia de las fases cambia con la distancia, entonces la forma de la onda cambia. La velocidad del grupo es constante para una frecuencia específica ($d\omega = 0$). Entonces, la velocidad de grupo de ondas de superficie, de una cierta frecuencia, se define como una línea recta en la figura. La velocidad de grupo decae cuando la frecuencia aumenta.

Aplicando un filtro alrededor de ciertas frecuencias se pueden aislar formas de ondas de frecuencias específicas (ver la figura del evento de Japón). Con eso podemos construir curvas de dispersión, las cuales pueden dar información sobre la estructura de la litosfera. La última figura muestra unas curvas de dispersión típicas para diferentes locaciones tectónicas.



Filtrando sismogramas alrededor de ciertas frecuencias.



Curvas de dispersión para unas locaciones tectónicas.

4.15 Sismología: Curvas de tiempo de viaje y estructura radial de la Tierra

Antes, hemos desarrollado algunas teorías y conceptos básicos de la sismología de ondas de cuerpo. Uno de los mayores objetivos de la sismología es extraer información, acerca de la estructura de la Tierra, de los datos observados, los sismogramas. Discutiremos algunas técnicas clásicas para hacer esto.

Ley de Snell

Derivamos la ley de Snell para una Tierra plana:

$$\boxed{\frac{\sin i_1}{c_1} = \frac{\sin i_2}{c_2} = \dots = \frac{\sin i_n}{c_n} = \text{cte} \equiv p, \text{ parámetro de rayo}} \quad (4.68)$$

El parámetro de rayo es constante a lo largo de toda la trayectoria del rayo, y es el mismo para todos los rayos (reflexiones, refracciones, conversiones) asociados con el mismo rayo incidente. El parámetro de rayo juega un rol muy importante en sismología.

La ley de Snell muestra que el parámetro de rayo es inversamente proporcional a la velocidad, o proporcional a $\frac{1}{\text{velocidad}}$, lo cual es la lentitud. En sismología es, a menudo, más conveniente usar la lentitud en vez de la velocidad de la onda. Una ventaja significativa del vector de lentitud es que puede ser sumado vectorialmente, mientras que esto no es siempre justificado (en nuestro contexto) para la velocidad.

$$\mathbf{s} = (s_1, s_2, s_3) = s_1\mathbf{x}_1 + s_2\mathbf{x}_2 + s_3\mathbf{x}_3 \quad (4.69)$$

La suma vectorial para la velocidad puede dar problemas prácticos: considere, por ejemplo, la onda plana que se propaga en la dirección \mathbf{k} . La velocidad aparente c_1 , medida en la superficie (de observaciones en muchas estaciones) es mayor que la verdadera velocidad c : con i el ángulo incidente, $c_1 = \frac{c}{\sin i} > c$, entonces $c \neq c_1 + c_3$.

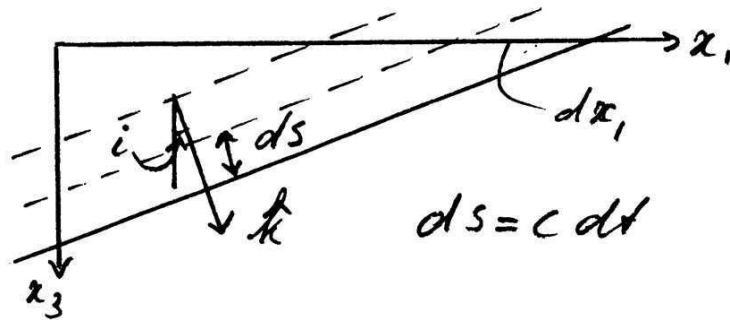
De la figura siguiente podemos derivar fácilmente otras dos relaciones importantes:

$$\sin i = \frac{ds}{dx_1} = c \frac{dt}{dx_1} = \frac{c}{c_1} \Rightarrow \boxed{p = \frac{\sin i}{c} = \frac{dt}{dx_1} = \frac{1}{c_1}} \quad (4.70)$$

1. El parámetro de rayo p es $1/c_1$, que es referido como la lentitud horizontal.
2. El parámetro de rayo es simplemente la derivada del tiempo de viaje T con la distancia horizontal. Esto probará ser de mayor importancia (y conveniencia).

Para una Tierra esférica podemos derivar una relación para el parámetro de rayo que sea similar a la ecuación (4.70), la "única" diferencia será el factor de "escala" r :

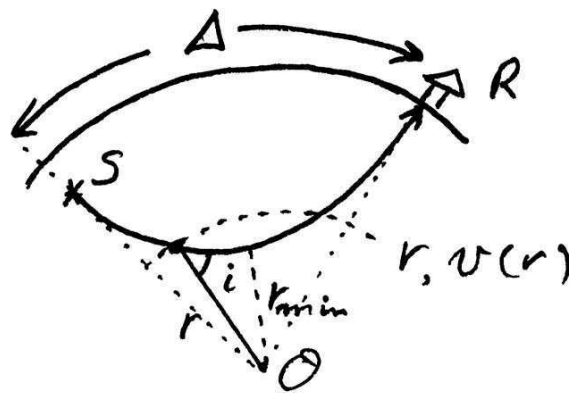
$$\boxed{p = r \frac{\sin i}{v(r)}} \quad (4.71)$$



Relaciones entre i , \hat{k} , c , dt y ds para un rayo.

donde r es el radio para cualquier punto a lo largo de la trayectoria del rayo, y $v(r)$ es la velocidad de la onda en ese radio. Puede ser mostrado también que (con Δ la distancia angular)

$$p = \frac{\partial T}{\partial \Delta} \quad (4.72)$$



Parámetro de rayo en una geometría esférica

Note la similitud entre la definición del parámetro de rayo como la derivada espacial del tiempo de viaje para la Tierra plana (ecuación (4.70)) y esférica (ecuación (4.72)). Cuidado: para una Tierra plana la unidad de medida para el parámetro de rayo es s/km (o s/m), para la Tierra esférica es cualquiera de s/rad, o solamente s, o s/deg, así incluso aunque las definiciones son completamente equivalentes, hay diferencias en las unidades.

Con la definición para el parámetro de rayo en una Tierra esférica (ecuación (4.71)) podemos obtener también una expresión simple que relaciona p al radio mínimo (o la profundidad máxima) a lo largo de la trayectoria del rayo: este

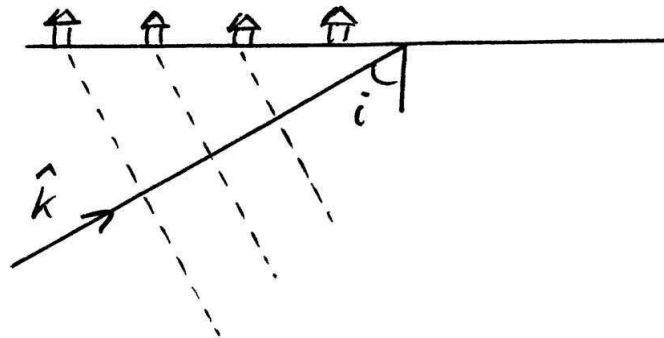
punto es conocido como el punto de doblamiento del rayo.

$$\frac{r_{min}(\sin 90)}{v(r_{min})} = \boxed{\frac{r_{min}}{v(r_{min})} = p} \quad (4.73)$$

Bajo la suposición de un modelo de referencia de la Tierra para velocidades de ondas sísmicas podemos determinar la distancia horizontal recorrida por el rayo (por ejemplo, desde ecuación (4.70)), y la profundidad del punto de doblamiento (de la ecuación (4.73)), una vez que conocemos el parámetro de rayo. Antes de mostrar cómo el parámetro de rayo puede ser determinado desde los datos observados, mencionaremos otro concepto importante basado en el parámetro de rayo.

Curvas de tiempo de viaje

La ecuación (4.70) indica que el parámetro de rayo, es decir, la lentitud horizontal, puede ser obtenido desde datos sísmicos determinando la diferencia en el tiempo de viaje de la llegada de una fase en dos estaciones adyacentes. Idealmente se usa un arreglo de instrumentos para hacer esto de una manera más precisa.



Determinación del rayo con un arreglo de sismómetros.

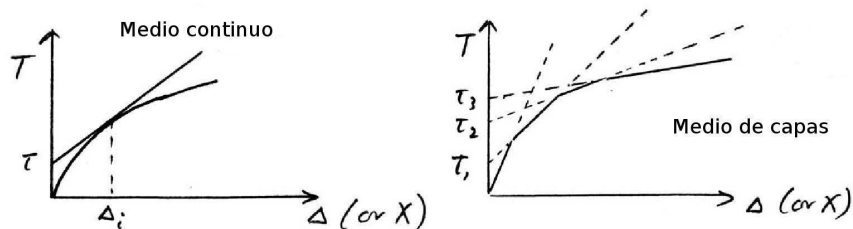
En otras palabras, se puede determinar el valor del parámetro de rayo directamente desde la curva de tiempo de viaje, la cual representa la variación del tiempo de viaje en función de la distancia: $T(X)$ o $T(\Delta)$. Una curva de tiempo de viaje puede ser construida arreglando los registros observados de un movimiento de tierra debido a una misma explosión o terremoto como una función de la distancia. Una sección registrada de la curva de tiempo de viaje para una fase particular es la curva que conecta los tiempos de llegada de esa fase en todos los registros. Se podría también construir una curva de tiempo de viaje usando muchas mediciones, fases elegidas, del tiempo de viaje de fases particulares, digamos la fase P , a diferentes distancias de la fuente. Los sismólogos tratan de encontrar modelos simples de variaciones radiales de la velocidad de onda, que producen curvas de tiempo de viaje, consistentes con los datos observados. Curvas de tiempo de viaje “teóricas” en este sentido son las mejores curvas ajustadas determinadas de algún modelo de referencia de velocidades de ondas sísmicas.

Modelos bien conocidos para la estructura de la Tierra, dependiente de la profundidad, son el Preliminary Reference Earth Model (PREM) de Dziewonski & Anderson (1981), y el más reciente modelo iasp91 (Kennett & Engdhal, 1991). Básicamente, este ajuste no es hecho por prueba y error, pero si usando inversión de los tiempos de viaje o de las curvas de tiempo de viaje.

El parámetro de rayo de una onda sísmica, llegando a una cierta distancia, puede ser determinado por la pendiente de la curva de tiempo de viaje. La línea recta tangente a la curva de tiempo de viaje, en Δ , puede ser escrita como una función del intercepto del tiempo τ y la pendiente p :

$$p = \frac{\partial T}{\partial \Delta} \Rightarrow T(\Delta) = \tau + \frac{\partial T}{\partial \Delta} \Delta = \tau + p\Delta \quad (4.74)$$

y esta ecuación forma la base de lo que es conocido como el método $\tau - p$.



Determinación del parámetro de rayo desde la curva de tiempo de viaje.

La pendiente (local) de la curva de tiempo de viaje contiene importante información acerca de la lentitud horizontal, y entonces acerca de la velocidad de la onda, y el intercepto del tiempo τ , contiene información acerca del grosor de la capa. Esta propiedad es explotada en sismología de exploración, donde se trabaja generalmente con “curvas” de tiempo de viaje que consisten en segmentos de líneas rectas (ver figura de arriba, para un medio de capas).

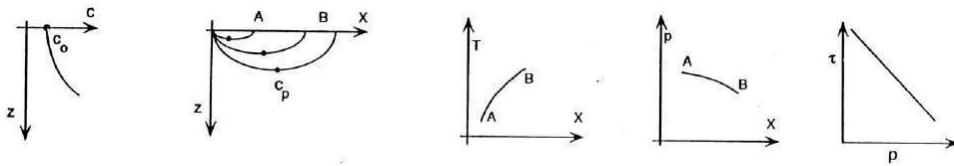
Otra información que puede ser obtenida de las curvas de tiempo de viaje es la contenida en la segunda derivada de la curva de tiempo de viaje con la distancia, o la variación del parámetro de rayo con la distancia, $\frac{\partial p}{\partial \Delta}$. Esta cantidad controla la amplitud de las llegadas. Para ver esto, consideremos una situación (que discutiremos en más detalle en la sección 4.16) en la cual rayos con diferentes ángulos de incidencia en la fuente (y el receptor) son de alguna manera enfocados para viajar hacia la misma estación sismográfica, entonces la amplitud aumenta. En ese caso, $\delta p \neq 0$, pero $\delta \Delta = 0$, así

$$\frac{\partial p}{\partial \Delta} = \frac{\partial^2 T}{\partial \Delta^2} \rightarrow \infty \quad (4.75)$$

En otras palabras, entre más grande $\partial p / \partial \Delta$, más energía llega en un pequeño rango de distancia $\partial \Delta$, y mayor es la amplitud.

4.16 Estructura radial de la Tierra

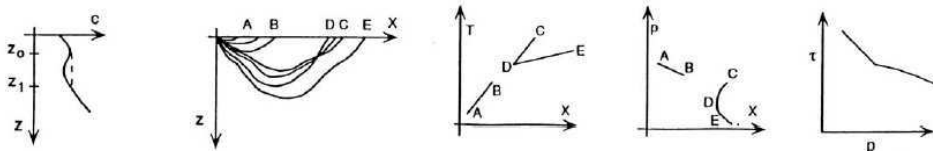
En una Tierra esférica encontramos típicamente tres situaciones importantes que están caracterizadas por la geometría de las trayectorias de rayos: las curvas de tiempo de viaje $T(\Delta)$; la variación del parámetro de rayo con la distancia $p(\Delta)$; y las curvas $\tau(p)$. En lo siguiente imaginaremos que "disparamos" rayos desde una fuente de terremoto en la superficie hacia distancias mayores. En otras palabras, empezamos con una inclinación con la horizontal grande y analizamos qué pasa cuando se disminuye este ángulo.



Caso 1: La velocidad de la onda aumenta monótonamente con la profundidad.

- La situación que aplica a la mayoría de los rangos de profundidad en el interior de la Tierra es un incremento fijo en la velocidad de la onda sísmica, entonces:
 - Trayectorias de rayos: Los rayos viajan progresivamente a regiones más profundas en la Tierra.
 - $T(\Delta)$: Los rayos llegan progresivamente a distancias mayores.
 - $p(\Delta)$: La pendiente de las curvas de tiempo de viaje decrece monótonamente con el incremento de la distancia (es decir, el parámetro de rayo decrece para ondas que viajan distancias grandes), entonces no hay cambios significativos en la amplitud ($\partial p / \partial \Delta < 0$).
 - El intercepto del tiempo τ decrece con el aumento del parámetro de rayo (disminuyendo distancia).

Una mirada en las curvas de tiempo de viaje sugieren que esta situación es muy común y describe el carácter global de las curvas bastante bien.



Caso 2: La presencia de una zona de baja velocidad.

- La primera desviación importante de esta situación es cuando hay una disminución en la velocidad de la onda cuando se incrementa la profundidad (o disminuye el radio). Esto nos conduce a algunos efectos interesantes.

- Trayectoria de rayos: Los rayos aún viajarán progresivamente a regiones más profundas cuando el parámetro de rayo disminuya, pero el patrón será más complejo. Inicialmente (es decir, sobre la profundidad donde la velocidad de la onda se reduce) el comportamiento es el mismo que en la situación general (caso 1). Sin embargo, cuando el parámetro de rayo disminuye aún más los rayos interactúan con la zona de baja velocidad. (Una condición suficiente para la “zona de baja velocidad” es que $\partial v/\partial r < v/r$). La disminución en la velocidad de la onda resulta en la deflexión del rayo hacia la vertical y el rayo no se dobla dentro de la zona de baja velocidad; ellos solamente se reflejan hacia la superficie de la Tierra para ser registrados por los sismógrafos cuando la velocidad de la onda aumenta nuevamente. Las ondas correspondientes llegan significativamente más lejos de la fuente que las que tienen un parámetro levemente menor. (Se puede decir también que aquí tenemos una situación donde $\delta p \approx 0$, pero $\delta \Delta \neq 0$ entonces la amplitud es cero).

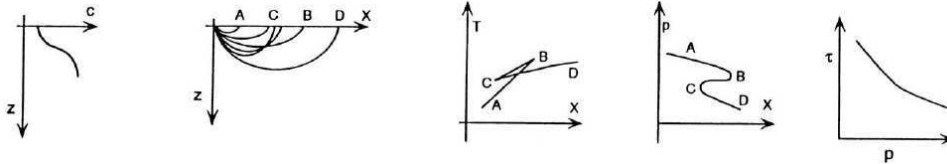
Rayos cerca de la horizontal se pueden reflejar en la parte superior de la “base” de la zona de baja velocidad, entonces la energía es proyectada hacia distancias menores con una disminución aún mayor en el parámetro de rayo (ángulo incidente). Pero, para rayos cerca de la vertical el efecto de una zona de baja velocidad no se siente tanto; los rayos viajan a regiones más profundas y se comportan de una manera similar a la situación general en caso 1.

En términos de geometría de rayos habrá una región en el interior de la Tierra por donde la onda no viaja.

- $T(\Delta)$: La curva de tiempo de viaje revela una zona de sombra, una región donde (de acuerdo con nuestra teoría simplificada de rayos basada en la aproximación de altas frecuencias) no llegan fases. Habrá un pequeño rango de distancias donde dos fases pueden llegar: la onda reflejada desde la base de la zona de baja velocidad (LVZ) y la llegada directa que es la onda que se dobla bajo la LVZ.
- $p(\Delta)$: Inicialmente, p disminuirá con el aumento de la distancia ($\partial p/\partial \Delta < 0$) y $p(\Delta)$ es continuo. Cuando p decrece, entonces el rayo es refractado a través de la LVZ, dos cosas pasan:
 - (a) la curva $p(\Delta)$ no es más continua ya que el rayo definido por el incrementalmente pequeño p llega a una distancia diferente, y
 - (b) con la disminución de p la distancia inicialmente decrece por causa de la reflexión ($\partial p/\partial \Delta > 0$). Si p decrece incluso más de lo “normal” el comportamiento se estabiliza nuevamente ($\partial p/\partial \Delta < 0$).
- Amplitud: La amplitud es cero en la zona de sombra (la curva $p - \Delta$ es horizontal), pero se vuelve mayor para llegadas en una distancia justo afuera de la zona de sombra correspondiente a rayos que se doblan justo debajo de la LVZ (la curva $p - \Delta$ es vertical).

Las dos regiones más importantes en la Tierra donde esto pasa son la capa

de baja velocidad bajo la litosfera oceánica y en la transición desde el manto hacia el núcleo externo (para ondas P).



Caso 3: Un aumento abrupto en la velocidad de la onda con la profundidad.

3. La segunda desviación importante de la situación “normal” es cuando hay una región donde la velocidad de la onda aumenta rápidamente mientras la profundidad se incrementa: $\partial v / \partial r \gg 1$. Asumamos para la discusión que el incremento en la velocidad de la onda ocurre instantáneamente, es decir, que hay una discontinuidad sísmica en $\partial v / \partial r$, pero se debe notar que efectos similares ocurren cuando el gradiente en la velocidad de la onda es brusco.

- Trayectoria de rayos: Para ángulos de incidencia grandes los rayos se doblan sobre la discontinuidad. Éstos forman los rayos directos. Cuando el ángulo incidente (o, equivalentemente, el parámetro de rayo) decrece los rayos se reflejarán en la interfase. El rayo con el parámetro de rayo menor, que no se refleja, es llamado el ‘grazing ray’ (rayo que roza). Los rayos que son reflejados desde la interfase forman las llegadas a distancias menores que esas que corresponden al ‘rayo que roza’. Esto nos conduce a una situación donde hay un rango de distancia en que tenemos llegadas de ambos, la onda directa y la reflejada. La situación es levemente más complicada ya que cuando el parámetro de rayo continúa decreciendo, hay un ángulo crítico donde los rayos no se reflejan más, pero se refractan hacia la Tierra más profunda. Desde este punto en adelante, el comportamiento de los rayos es como uno esperaría de la situación “normal” (caso 1), y los rayos van hacia distancias mayores. La reflexión causará que la trayectoria del rayo se cruce, esto se llama cáustico y resulta en amplitudes mayores de las fases.
- $T(\Delta)$: La curva de tiempo de viaje correspondiente es complicada. En el rango de distancia entre la llegada de las ondas asociadas con el ‘rayo que roza’ y el rayo crítico hay tres llegadas: la fase directa, propagándose a través del medio sobre la interfase; la fase reflejada y la onda refractada, que se propaga en el medio bajo la interfase. Este rango de distancia es llamado rango de triplicación, ya que hay tres llegadas.
- $p(\Delta)$: Para parámetros de rayo grandes el comportamiento es como en la situación estándar; un incremento gradual en la distancia con

la disminución de p ($\partial p/\partial \Delta < 0$). Cuando p se vuelve menor que el del ‘rayo que roza’, la reflexión causa que la distancia disminuya con el decrecimiento de p ($\partial p/\partial \Delta > 0$), pero cuando p disminuye aún más, y se vuelve menor que para el rayo crítico, la distancia aumenta nuevamente ($\partial p/\partial \Delta < 0$).

- **Amplitud:** Hay dos puntos en la curva $p(\Delta)$ donde $\partial p/\partial \Delta$ se vuelve muy grande (en teoría de rayos la pendiente puede ir a infinito). Esos dos puntos corresponden al parámetro de rayo para los ‘rayos que rozan’ y los rayos críticamente refractados, respectivamente. Consecuentemente, la amplitud de la llegada de la fase será grande sobre el rango de triplicación.

Comentarios Finales

Es claro que las curvas $\tau - p$ son las únicas curvas asociadas con las curvas de tiempo de viaje que son continuas en todas circunstancias, y esa es una propiedad muy atractiva, por ejemplo en la inversión de la información del tiempo de viaje para la estructura de la Tierra.

La dificultad de la identificación de fases en las triplicaciones, debido a las discontinuidades del manto superior, y la incerteza relacionada en la geometría de las trayectorias de los rayos involucrados tiene implicaciones importantes para tomar imágenes precisas de la estructura del manto superior, y para la locación exacta de los hipocentros de terremotos usando esos datos.

En literatura sismológica se encuentran los términos distancias regionales y telesísmicas. El límite preciso para estas distancias no está bien definido. Básicamente se refiere a los rangos de distancia donde los efectos de una capa de baja velocidad en el manto superior y las discontinuidades son significativas para el término “regional”, y no lo son para el término “telesísmico”. La distancia regional es aquella distancia donde los rayos asociados se doblan en el manto superior y la zona de transición (es decir, sobre 660 km de profundidad) y está alrededor de 25° a 30°, con valores exactos dependientes del modelo de referencia de Tierra usado. Las llegadas telesísmicas se refieren a llegadas más lejanas que el rango de triplicación y se refieren a rayos que se doblan en el manto inferior.

4.17 Nomenclatura de las ondas sísmicas en la Tierra

- Letras mayúsculas son usadas para indicar propagación de ondas de cuerpo a través de un medio.
- Letras minúsculas son usadas para indicar reflexiones, [o la propagación hacia arriba de una onda de cuerpo antes que se refleje en la superficie de la Tierra (es decir, p para una onda P viajando hacia arriba). Note que esa es usada en combinación con una onda reflejada, como pP].

P	a P-wave in the mantle
S	an S-wave in the mantle
K	a P-wave through the outer core
I	a P-wave through the inner core
J	an S-wave through the inner core
c	a reflection from the mantle–outer core boundary
i	a reflection from the outer core–inner core boundary
p	a P-wave reflected from the surface of the earth close to the earthquake focus
s	an S-wave reflected from the surface of the earth close to the earthquake focus
LR	a Rayleigh wave
LQ	a Love wave

La nomenclatura de las ondas sísmicas.

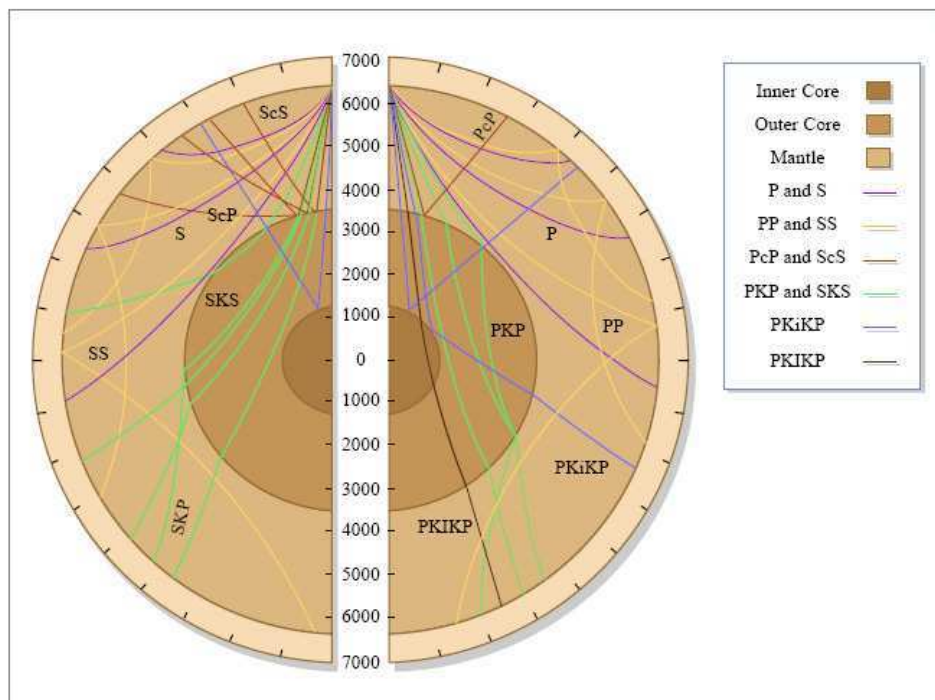


Figure by MIT OCW.

Fases sísmicas en la Tierra.

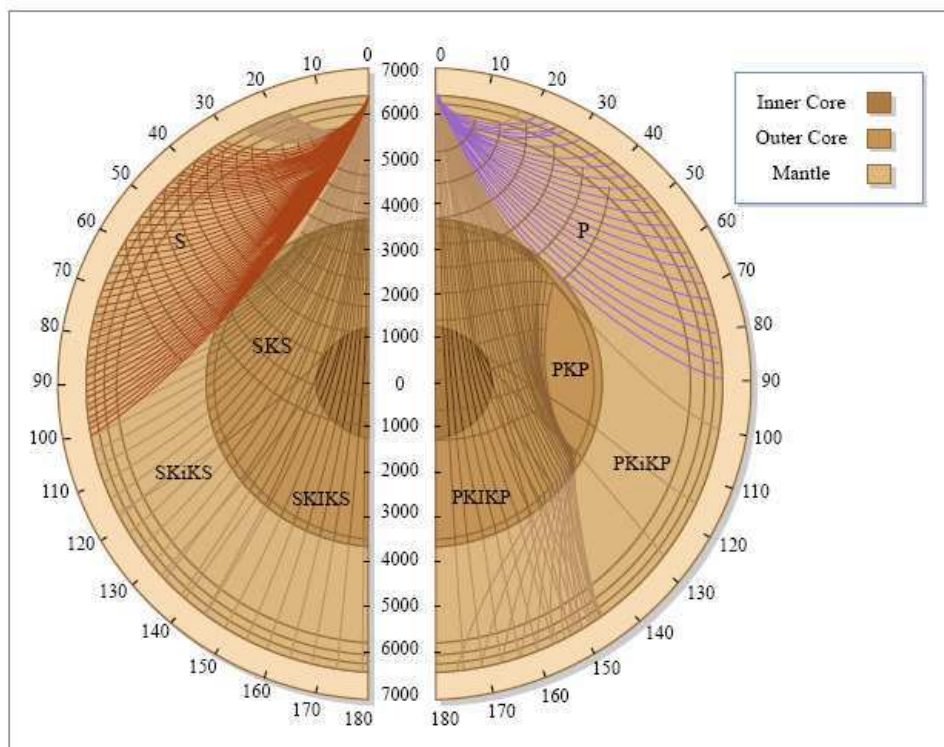
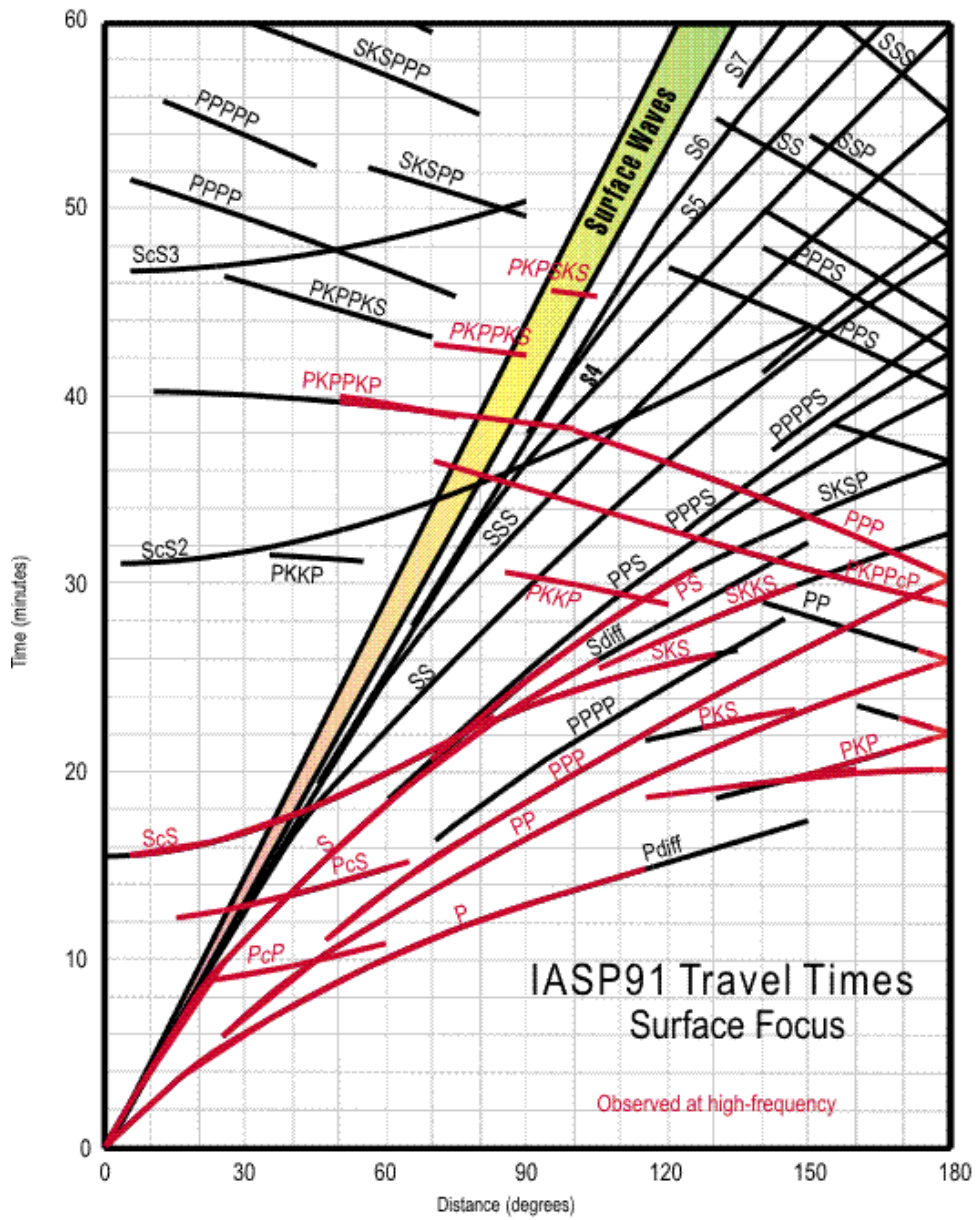


Figure by MIT OCW.

Trayectorias de los rayos para unas fases *P* y *S* dentro de la Tierra.



Tiempos de viaje para fases sísmicas.