

## Geofísica de la Tierra Sólida 2018 - Certamen 2

2 horas

**Importante: Hay que elegir 5 de las 7 preguntas de la sección A, y elegir 2 de las 3 preguntas en la sección B.**

La sección A consta de 25 puntos, la sección B de 25 puntos.

**Sección A [Elija 5 de las 7 preguntas. Todas las preguntas constan de 5 pts (=50% en total)]**

---

A1) [5 pts] Defina las siguientes palabras:

- Tracción
  - Isotrópico
  - Elástico
  - Viscoelástico
- 

A2)

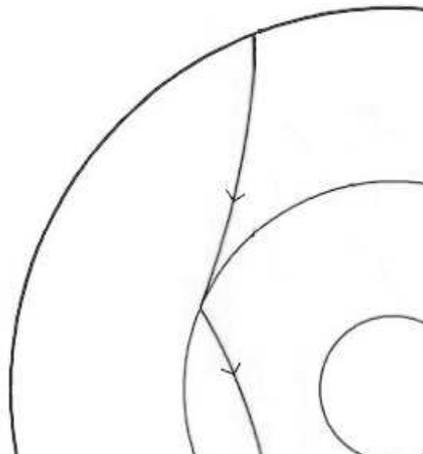


Figura 1: Onda compresional cruzando la frontera núcleo-manto

La figura muestra una onda compresional cruzando la frontera núcleo-manto.

(a) [2 pts] Explique el cambio en el ángulo del rayo en la frontera.

(b) [3 pts] Dibuje las otras ondas reflejadas y transmitidas producidas en este caso, e indique su movimiento particular.

---

A3) [5 pts] Dibuje las siguientes fases sísmicas (o, si no son fases posibles, avise):

- PKIJKS, SS, pS, PcKP, SKKiKP
-

A4)

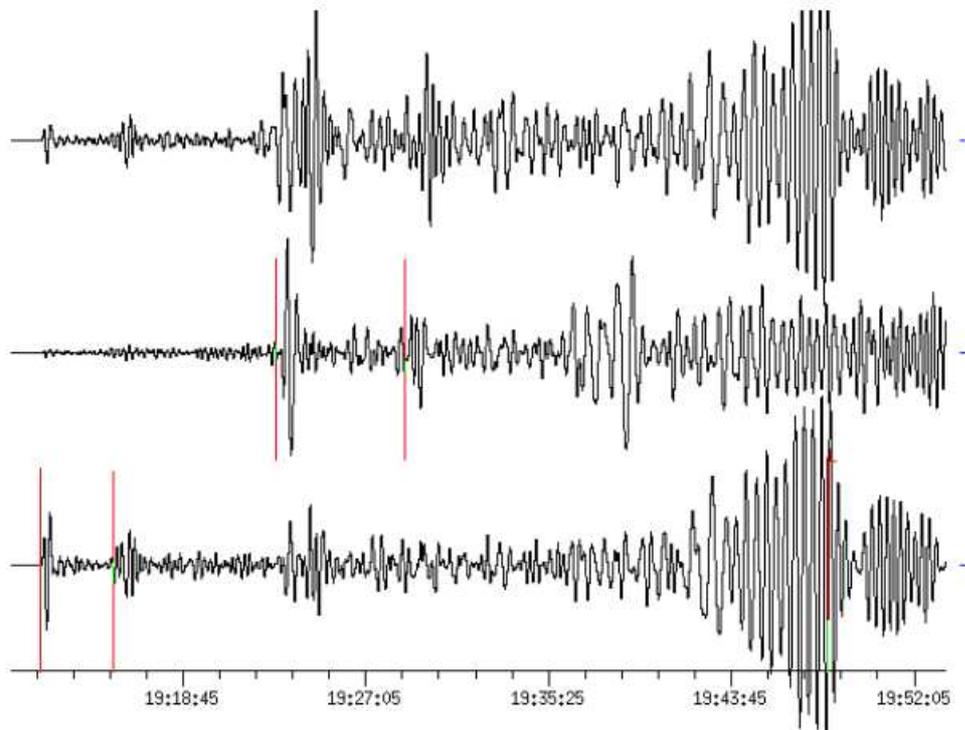


Figura 2: Ejemplo de un sismograma de tres componentes.

- (a) [2 pts] Explique que representan los componentes Z, R, T de un sismograma.
- (b) [3 pts] En la figura, ¿cuál de los componentes es Z, cuál es R, cuál es T? De razones por su respuesta.

A5) Se puede aproximar el desplazamiento de la onda Love con la siguiente expresión:

$$u_y = Ae^{i(kx - \omega t)} e^{-\eta \omega z}$$

- (a) [1 pts] Identifique la parte de la fórmula asociada con la onda propagándose horizontalmente.
- (b) [1 pts] Identifique la parte de la fórmula asociada con la parte evanescente de la onda.
- (c) [3 pts] Para  $\eta = 0.0002$  [s/m], ¿a qué profundidad la amplitud es el 10% de su amplitud superficial para una onda de 20 segundos de periodo?

A6)

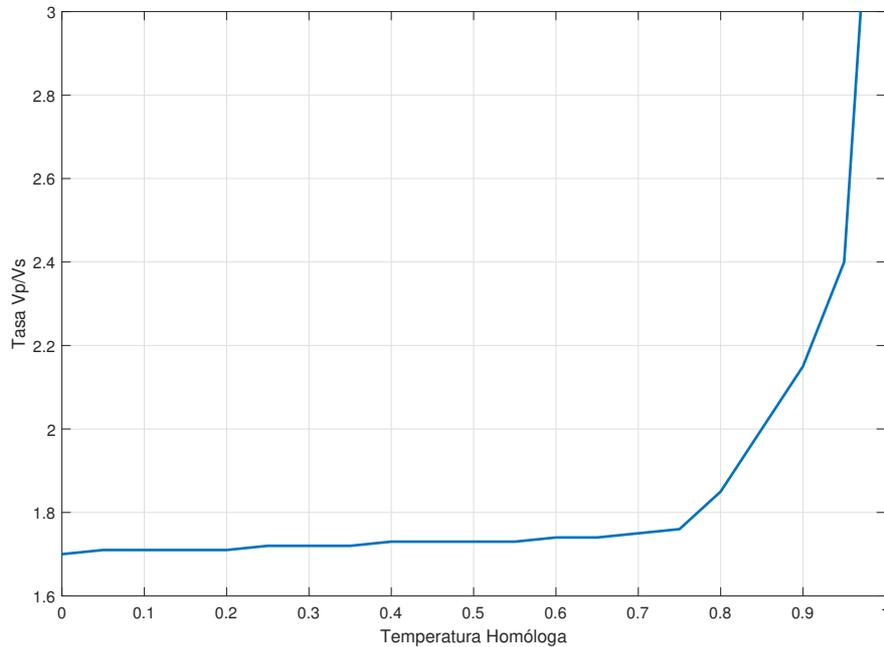


Figura 3: Variación entre la temperatura homóloga y la tasa Vp/Vs para un material.

La figura muestra cómo la temperatura homóloga de un material afecta a sus velocidades sísmicas.

(a) [1 pt] Defina temperatura homóloga.

(b) [4 pts] Use su conocimiento de temperaturas y velocidades sísmicas para explicar la forma de la curva.

A7) La ecuación de difusión térmica, esta dada por:

$$\rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 T + \rho H$$

donde  $k$  es la conductividad térmica y  $H$  es la densidad de las fuentes de calor dentro la Tierra (en W/kg).

(a) [1 pt] ¿Qué es  $\nabla^2 T$  si la temperatura varía solamente con la profundidad?

(b) [4 pts] En el estado constante, si la radiactividad aumenta linealmente con la profundidad,  $H = A + Bz$ , encuentre la ecuación que describe  $T(z)$  en términos de la temperatura superficial  $T_s$  y el flujo de calor superficial ( $k \frac{dT}{dz} \Big|_{z=0} = -q_s$ ).

**Sección B [Elija 2 de las 3 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]**

B1) [12.5 pts total]

En un experimento, un esfuerzo de

$$\sigma = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix} [\text{MPa}]$$

se aplica a un material que tiene forma de un cubo de tamaño  $1.00 \times 1.00 \times 1.00 \text{ cm}^3$ . El esfuerzo provoca un cambio de tamaño del cubo a  $0.97 \times 0.97 \times 0.97 \text{ cm}^3$

- (a) [2 pts] ¿Qué tipo de esfuerzo es?
- (b) [2 pts] Dado que el material mantiene su forma de un cubo, ¿Qué dice eso sobre el material?
- (c) [3 pts] Escriba el tensor de deformación que sufrió el cubo.
- (d) [3 pts] Use los datos del experimento para calcular el módulo de incompresibilidad del material
- $$\kappa = \frac{-dP}{dV/V}$$
- (e) [2.5 pts] ¿Qué mediciones adicionales se requieren en el experimento para poder calcular la rigidez del material también? Justifique su respuesta.

**Sección B [Elija 2 de las 3 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]**

B2) [12.5 pts total]

El desplazamiento de la Tierra puede ser escrito usando potenciales:

$$\mathbf{u} = \nabla\Phi + \nabla \times \Psi$$

(a) [2 pts] La onda S es más complicada que la onda P (la onda S es asociada con un campo vectorial, mientras que la onda P está asociada con un campo escalar). ¿Por qué?

(b) [3 pts] Muestre que el desplazamiento de la onda P, puesto en la ecuación de movimiento

$$\rho\ddot{\mathbf{u}} = (\lambda + 2\mu)\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \mu(\nabla \times \nabla \times \mathbf{u})$$

llega a

$$\rho \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu)\nabla^2 \Phi$$

¿Cuál es la velocidad de la onda que describe esta ecuación?

(c) [3 pts] En una dimensión espacial, es decir  $\Phi = \Phi(x, t)$ , use separación de variables para encontrar una expresión oscilatoria para la función  $\Phi$ .

(d) [3 pts] ¿Cómo comparan la amplitud de la solución oscilatoria para  $\Phi$ , y la amplitud del medio para la onda P?

(e) [1.5 pts] ¿Qué unidades tienen  $\Phi$  y  $\Psi$ ?

## Sección B [Elija 2 de las 3 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B3) [12.5 pts total]

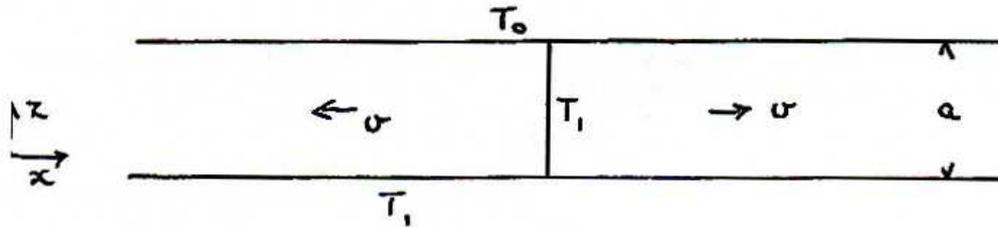


Figura 4: Aproximación simple para la geometría y condiciones de borde en una dorsal.

La ecuación para la distribución de temperatura en una placa oceánica,  $T'$ , puede ser aproximada a primer orden ( $n=1$ ) como

$$T' = 1 - z' + \frac{2}{\pi} e^{-\frac{\pi^2 x'}{Pe}} \sin(\pi z')$$

con  $z = az'$ ,  $x = ax'$ ,  $T = (T_1 - T_0)T' + T_0$ ,  $Pe = \frac{va}{\kappa}$ ;  $\kappa$  es la difusividad térmica del basalto.

(a) [5 pts] Cambie las variables para mostrar que

$$T = (T_1 - T_0) \left( 1 - \frac{z}{a} + \frac{2}{\pi} e^{-\frac{\pi x}{l}} \sin\left(\frac{\pi z}{a}\right) \right) + T_0$$

y encontrar la expresión para  $l$ .

(b) [6 pts] El flujo de calor tiene definición:

$$\mathbf{q} = -k \nabla T$$

En términos de  $a$ ,  $v$  y  $\kappa$ , calcule la tasa entre el flujo de calor en dirección vertical, y el flujo de calor en dirección horizontal ( $q_z/q_x$ ), en la posición de la dorsal ( $x = 0$ ) en la mitad de la placa ( $z = a/2$ ).

(c) [1.5 pts] Demuestre que su resultado de la parte anterior es adimensional.