

Geofísica de la Tierra Sólida 2017 - Certamen 1

2 horas

Importante: Hay que elegir 5 de las 7 preguntas de la sección A, y elegir 2 de las 3 preguntas en la sección B.

La sección A consta de 25 puntos, la sección B de 25 puntos.

Sección A [Elija 5 de las 7 preguntas. Todas las preguntas constan de 5 pts (=50% en total)]

A1) [5 pts] ¿Por qué planetas relativamente grandes, como la Tierra o el Marte, tienen núcleos, mientras que cuerpos más pequeños con la misma composición, como un asteroide, no los tienen?

A2) [5 pts] Mientras que la Tierra se enfría, se contrae, aumentando su densidad / perdiendo volumen. ¿Qué efecto tiene eso sobre:

- (i) el momento de inercia de la Tierra alrededor de su eje de giro, y
- (ii) la duración de un día?

Explique bien su respuesta.

A3)



Para un iceberg flotando en el agua:

(a) [3 pts] Si uno toma mediciones de g encima del iceberg, ¿su anomalía de Bouguer calculada sería positiva, negativa, o cero? Explique su respuesta.

(b) [2 pts] Calcule la anomalía de Bouguer (en m/s^2) si la medición está tomada a una altura de 100 metros sobre el nivel del mar. (Densidad de hielo $\simeq 900 \text{ kg/m}^3$).

$$\Delta g_B = g_{obs} - dg_{FA} - dg_B - g_0(\lambda) \quad ; \quad dg_B = 2\pi G\rho h \quad ; \quad dg_{FA} = -2\frac{hg}{r}$$

A4) Los potenciales magnético y gravitacional pueden ser escritos usando armónicos esféricos:

$$U(r, \theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{1}{r}\right)^{(l+1)} [A_l^m \cos m\phi + B_l^m \sin m\phi] P_l^m(\cos \theta)$$

- (a) [1 pt] Explique por qué los coeficientes B_l^0 no tienen valores en las tablas de coeficientes.
- (b) [1 pt] Explique por qué A_0^0 es cero para el campo magnético.
- (c) [3 pts] Explique por qué A_1^0 es cero para el campo gravitacional, mientras que A_2^0 es bastante grande.
-

A5) La ecuación de inducción magnética que gobierna la evolución del campo magnético en el núcleo es:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla^2 \mathbf{B}$$

- (a) [2 pts] Explique qué es \mathbf{v} en esta ecuación y por qué es un campo vectorial.
- (b) [3 pts] El campo magnético terrestre ha durado por un mínimo de 3×10^9 años. ¿De dónde viene la energía para mantener este campo en el largo plazo? (¿Por qué no decaerá a cero?)
-

A6)

- (a) [2 pts] ¿Cuál es una definición matemática para una inversión del campo geomagnético?
- (b) [3 pts] ¿Cómo sabemos que ocurrieron inversiones en el pasado?
-

A7) Use la fórmula que calcula los polinomios de Legendre,

$$P_l^m(x) = \frac{(1-x^2)^{\frac{m}{2}}}{2^l l!} \frac{d^{(l+m)}}{dx^{(l+m)}} (x^2 - 1)^l,$$

para mostrar que:

- (a) [2 pts] $P_1^0(\cos \theta) = \cos \theta$, y
- (b) [3 pts] $P_1^1(\cos \theta) = \sin \theta$

Sección B [Elija 2 de las 3 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B1) [12.5 pts total]

En el sistema rubidio-estroncio, ^{87}Rb decae a ^{87}Sr por decaimiento beta con $\lambda_{87} = 1.42 \times 10^{-11} \text{ año}^{-1}$

(a) [2 pts] Muestre que

$$^{87}\text{Sr} = ^{87}\text{Sr}_0 + ^{87}\text{Rb} \left(e^{\lambda_{87}t} - 1 \right)$$

(b) [3 pts] Muestre que mediciones de $\frac{^{87}\text{Rb}}{^{86}\text{Sr}}$ contra $\frac{^{87}\text{Sr}}{^{86}\text{Sr}}$ caen en una línea recta para diferentes minerales de la misma roca.

(c) [3 pts] Grafique las líneas rectas en el mismo dibujo para tres rocas con edades de 100×10^3 , 100×10^6 y 4500×10^6 años. Se puede asumir que la tasa de $\frac{^{87}\text{Sr}}{^{86}\text{Sr}}$ fue 0.7 en el fundido original.

(d) La edad más antigua encontrada en la Tierra es $\sim 4000 \times 10^6$ años, de unos minerales de una roca sedimentaria.

(i) [1 pt] ¿Por qué esta edad es menor que la edad de la Tierra?

(ii) [3.5 pts] ¿Por qué esta edad viene de minerales de una roca sedimentaria?

Sección B [Elija 2 de las 3 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B2) [12.5 pts total]

(a) [5 pts] Explique cómo las siguientes influyen las mediciones de g en la Tierra:

- (i) Altura de la medición,
- (ii) El doblamiento de las placas.

Una expresión para la gravedad terrestre derivada en clases es:

$$g \approx \overbrace{\frac{GM}{r^2}}^1 - \underbrace{3 \frac{GJ_2 M a^2}{r^4} \left(\frac{3}{2} \sin^2 \lambda - \frac{1}{2} \right)}_2 \overbrace{-r\omega^2 \cos^2 \lambda}^3$$

(b) [2 pts] Explique por qué el término 3 es negativo en el ecuador, y cero en los polos.

(c) [2 pts] Explique por qué el término 2 es positivo en el ecuador, y negativo en los polos.

(d) [3.5 pts] Si la velocidad de rotación de la Tierra aumenta, la Tierra tendrá una forma más elíptica. En este caso, ¿se esperaría que el valor de g medido en la superficie de la Tierra en el ecuador aumente o disminuya? Explique su respuesta.

Sección B [Elija 2 de las 3 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B3) [12.5 pts total]

(a) [5 pts] Explique la suposición de un dipolo axial en geomagnetismo. ¿Para qué sirve?

(b) [5 pts] Use armónicos esféricos

$$V = a \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{a}{r}\right)^{l+1} (g_l^m \cos m\phi + h_l^m \sin m\phi) P_l^m(\cos \theta)$$

con la suposición de un simple dipolo axial ($g_1^0 = -30000$ nT) para calcular la magnitud del campo magnético (en nT) en:

- (i) la superficie de la Tierra en el ecuador,
- (ii) la superficie de la Tierra en el polo sur,
- (iii) la frontera núcleo-manto (radio 3400 km).

Las siguientes relaciones y valores pueden ayudar:

$$\nabla = \hat{r} \frac{\partial}{\partial r} + \hat{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \hat{\phi} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi}$$

$$P_1^0(\cos \theta) = \cos \theta$$

radio ecuatorial = 6378 km

radio polar = 6357 km

(c) [2.5 pts] ¿Por qué se puede extrapolar los armónicos esféricos para el campo magnético dentro de la Tierra hasta la frontera núcleo-manto?