

Geofísica de la Tierra Sólida 2014 - Certamen 2

2 horas

Importante: Hay que elegir 5 de las 7 preguntas de la sección A, y elegir 2 de las 4 preguntas en la sección B.

La sección A consta de 25 puntos y la sección B de 25 puntos.

Sección A [Elige 5 de las 7 preguntas. Todas las preguntas constan de 5 pts (=50% en total)]

A1) [5 pts]

En esta pregunta se puede usar la siguiente relación entre esfuerzo y deformación:

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \epsilon_{kk} + 2\mu \epsilon_{ij}$$

Un fluido es comprimido por una presión de 100 [MPa] y su volumen cambia de 1000 a 995 [cm³]. ¿Cuáles son los valores de sus constantes elásticas λ y μ ?

A2) [5 pts]

En la teoría de rayos, los rayos están perpendiculares al frente de onda. ¿Qué representa el frente de onda? ¿Qué representa el rayo?

A3) [5 pts]

Valores típicos para las velocidades de las ondas sísmicas (α , β) en la corteza (granito) son 5.8 y 3.3 [kms⁻¹]. Calcule el ángulo de incidencia de la onda S en la superficie de la Tierra que produce una onda P horizontal.

A4) [5 pts]

El terremoto de 2004 en Sumatra ($M_W = 9.2$) fue sentido miles de kilómetros lejos en Kuala Lumpur, Malasia, especialmente en edificios de muchos pisos. ¿Qué ondas sísmicas se sintieron? Dé razones.

A5) [5 pts]

Dibuje las siguientes fases sísmicas: (i) pPP; (ii) PPP; (iii) PcS; (iv) SKJKP; (v) SKKS.

Sección A [Elige 5 de las 7 preguntas. Todas las preguntas constan de 5 pts (=50% en total)]

A6) [5 pts]

La ecuación de conducción térmica puede estar escrita como:

$$\rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 T + A \quad (5.3)$$

- (a) [3 pts] Explique que son los términos en esta ecuación.
(b) [2 pts] ¿En qué parte(s) de la Tierra se puede aplicar esta ecuación?

A7) [5 pts]

Tome la ecuación de conducción térmica (la ecuación 5.3 arriba) y suponga que:

- (i) la temperatura varía solamente con la profundidad,
(ii) aumenta exponencialmente con la profundidad: $A(z) = A_0 e^{\alpha z}$

Muestre que, en el estado constante, el flujo de calor superficial es

$$q|_{z=0} = Q_0 + \frac{A_0}{\alpha}$$

¿Qué representa la constante Q_0 ?

(recuerde que el flujo de calor hacia afuera es $q(z) = -k \frac{\partial T}{\partial z}$)

Sección B [Elige 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B1) [12.5 pts total]

La ecuación de movimiento en sismología puede estar escrita como:

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = (\lambda + 2\mu) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \mu(\nabla \times \nabla \times \mathbf{u}) \quad (4.24)$$

donde se puede escribir \mathbf{u} en términos de un potencial escalar y un potencial vectorial

$$\mathbf{u} = \nabla\Phi + \nabla \times \boldsymbol{\Psi} \quad ; \quad \nabla \cdot \boldsymbol{\Psi} = 0 \quad (4.31)$$

(a) [1.5 pts] ¿Qué representa $\mathbf{u}(x, y, z, t)$?(b) [5 pts] Muestre que la ecuación de movimiento puede estar resuelta si Φ y $\boldsymbol{\Psi}$ satisfacen

$$\nabla^2 \Phi - \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0$$

y

$$\nabla^2 \boldsymbol{\Psi} - \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \boldsymbol{\Psi}}{\partial t^2} = 0$$

La siguiente identidad vectorial puede ayudar:

$$\nabla^2 \mathbf{a} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{a}) - (\nabla \times \nabla \times \mathbf{a})$$

(c) [6 pts] Las soluciones para Φ , Ψ_x , Ψ_y y Ψ_z son ondas planas, por ejemplo:

$$\Phi = A e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)}$$

Para una onda plana viajando en el plano $x - z$, muestre que el movimiento particular de la onda P es perpendicular al movimiento particular de la onda SV.

Sección B [Elige 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B2) [12.5 pts total]

Figuras B2a y B2b en la próxima página muestran un sismograma de tres componentes de un terremoto, y unas curvas de viaje para fases sísmicas para la Tierra.

- (a) [1 pts] Para el imagen de las curvas de viaje, la distancia está dada en grados (Δ). ¿Qué ángulo representa Δ ?
- (b) [2.5 pts] ¿Qué representan los tres ejes del sismograma T, R y Z?
- (c) [5 pts] Identifique las fases P y S en el sismograma y use las curvas de tiempo de viaje para estimar:
- La distancia entre el epicentro y la estación sísmica.
 - El tiempo de origen del terremoto.
- (d) [4 pts] Use el sismograma y las respuestas a la parte (c) para estimar la velocidad mínima y la velocidad máxima de la onda Rayleigh.

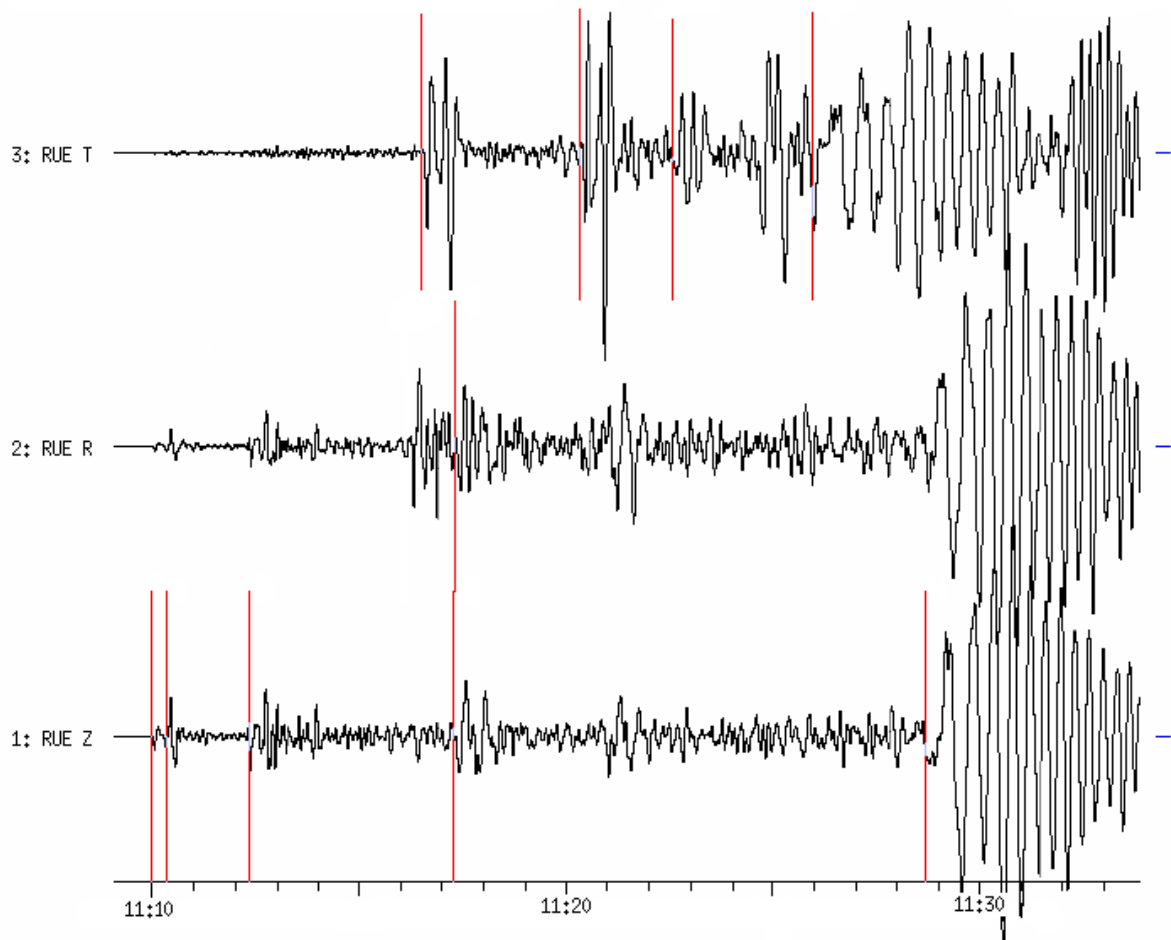


Fig B2a: Un sismograma de tres componentes. La escala horizontal esta en hora:minutos

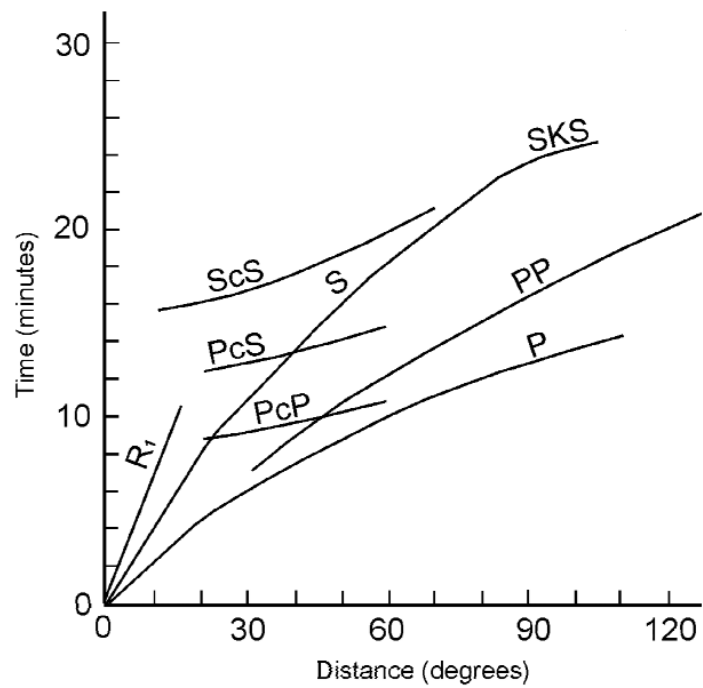


Fig B2b: Algunas curvas de tiempo de viaje para fases sísmicas para la Tierra.

Sección B [Elige 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B3) [12.5 pts total]

- (a) [1.5 pts] Explique qué es un material viscoelástico y de un ejemplo.
- (b) [3 pts] Explique el concepto de la temperatura homóloga, y su valor para un medio (i) rígido, (ii) líquido y (iii) viscoelástico.
- (c) [2 pts] El coeficiente de Poisson se define como $\sigma = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$. Calcule su valor para material rígido (se puede suponer $\lambda = \mu$) y para material líquido.
- (Material viscoelástico típicamente tiene un valor σ entremedio de esos dos extremos).
- (d) [6 pts] Use los siguientes datos de tiempo de viaje para estimar las velocidades sísmicas en el núcleo interno, y entonces el coeficiente de Poisson en el núcleo interno. Finalmente, estime la temperatura homóloga en el núcleo interno.

$$T(\text{PKiKP}|_{\Delta=0^\circ}) = 992 \text{ [s]}$$

$$T(\text{PKIKP}|_{\Delta=180^\circ}) = 1210 \text{ [s]}$$

$$T(\text{PKJKP}|_{\Delta=180^\circ}) = 1668 \text{ [s]}$$

La siguiente información puede estar útil:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \sqrt{\frac{2(1 - \sigma)}{1 - 2\sigma}}$$

$$r_{\text{núcleo interno}} = 1220 \text{ [km]}$$

Sección B [Elige 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B4) [12.5 pts total]

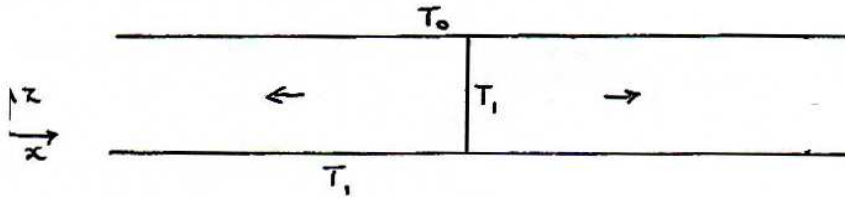


Fig B4: Modelo simple de placas oceánicas y una dorsal entremedio.

La ecuación que describe la distribución de temperatura en la litósfera oceánica es:

$$v \frac{\partial T}{\partial x} = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (5.11)$$

(κ es la difusividad térmica).

(a) [3 pts] Muestre que un cambio de variables ($z = az'$, $x = ax'$, $T = (T_1 - T_0)T' + T_0$; entonces z' varía entre 0 y 1 a través de la capa y T' varía entre 1 y 0 a través de la capa) modifica la ecuación (5.11) a

$$Pe \frac{\partial T'}{\partial x'} = \left(\frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 T'}{\partial z'^2} \right) \quad (5.12)$$

(b) [4 pts] El número de Peclet es $Pe = \frac{va}{\kappa}$. ¿Qué representan v y a ? ¿Qué representa físicamente Pe ?

(c) [3 pts] La solución a la ecuación (5.12) que cumple las condiciones de borde, hecha en las clases, es

$$T'(x', z') = 1 - z' + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{n+1}}{n\pi} e^{((Pe/2) - \sqrt{(Pe/2)^2 + n^2\pi^2})x'} \sin(n\pi z') \quad (5.20)$$

Modifique la ecuación (5.20) para escribirla en la forma $T'(t, z')$, donde t en esta instancia representa la edad de la placa oceánica.

(d) [2.5 pts] Entonces cuál es la distribución de temperatura en una placa oceánica muy vieja ($t \rightarrow \infty$). ¿Por qué el resultado no es una sorpresa?