

Geofísica de la Tierra Sólida 2014 - Certamen 1

2 horas

Importante: Hay que elegir 5 de las 7 preguntas de la sección A, y elegir 2 de las 4 preguntas en la sección B.

La sección A consta de 25 puntos, la sección B de 25 puntos.

Sección A [Elija 5 de las 7 preguntas. Todas las preguntas constan de 5 pts (=50% en total)]

A1) Una ecuación importante para determinar la edad de una muestra con el sistema Rubidio-Estroncio es, con $\lambda_{87} = 1.42 \times 10^{-11} \text{ año}^{-1}$,

$$\frac{{}^{87}\text{Sr}}{{}^{86}\text{Sr}} = \left(\frac{{}^{87}\text{Sr}}{{}^{86}\text{Sr}} \right)_0 + \frac{{}^{87}\text{Rb}}{{}^{86}\text{Sr}} \left(e^{\lambda_{87}t} - 1 \right) \quad (1.26)$$

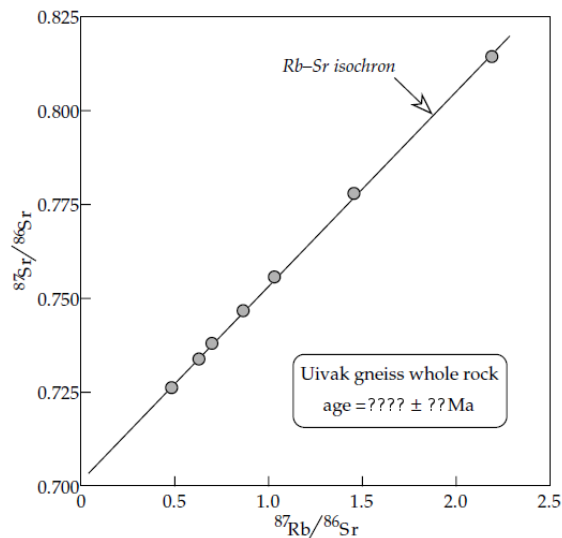


Fig A1: Rb/Sr sistema con la pendiente generada por una muestra.

- (a) [2 pts] Se requiere mediciones de varios minerales en la muestra para determinar su edad. ¿Cuál es la relación entre la pendiente del gráfico producido y la edad (suponga que $\lambda_{87}t \ll 1$)?
- (b) [3 pts] El gráfico tiene una pendiente de 0.0514 ± 0.0010 (obtenido por mínimos cuadrados). Calcule la edad de la muestra y el error en la medición.
-

A2)

- (a) [2 pts] ¿Qué representa físicamente el momento de inercia de un planeta?
- (b) [3 pts] $I_{\text{Tierra}} \approx 0.33 M_{\text{Tierra}} R_{\text{Tierra}}^2$; $I_{\text{esfera homogénea}} = 0.4 M R^2$. ¿Bajo qué circunstancias tiene un cuerpo celestial un valor de $\frac{I}{M R^2}$ mayor que 0.4?

A3) El radio de la Tierra es distinto entre los polos y el ecuador: $r_{polos} = 6357$ km; $r_{ecuador} = 6378$ km.

(a) [2 pts] Usando $g_{ecuador} = 9.78 \text{ ms}^{-2}$, calcule g en los polos si la diferencia es solamente debido a este cambio en la distancia radial.

(b) [3 pts] El valor observado de g_{polo} es 9.81 ms^{-2} . Explique ¿por qué el valor actual es distinto al calculado en la parte (a)?

A4) [5 pts] La fórmula de MacCullagh, derivada en los apuntes, es:

$$U(P) = -\frac{GM}{r} - \frac{G}{2r^3}(A + B + C - 3I) \quad (2.14)$$

Explique ¿qué representan todos los términos en esta ecuación ($U, P, G, M, r, A, B, C, I$)?

A5) [5 pts] Los polinomios de Legendre, $P_l^m(\mu)$ con $\mu = \cos \theta$, cumplen

$$(1 - \mu^2) \frac{d^2 P}{d\mu^2} - 2\mu \frac{dP}{d\mu} + \left[l(l+1) - \frac{m^2}{1 - \mu^2} \right] P = 0$$

y tienen una solución

$$P_l^m(\mu) = \frac{1}{2^l l!} (1 - \mu^2)^{\frac{m}{2}} \frac{d^{l+m}}{d\mu^{l+m}} (\mu^2 - 1)^l$$

Muestre que, para los armónicos esféricos sectoriales, $P \propto \sin^l \theta$.

A6) La ecuación que gobierna la dinámica del campo magnético en el núcleo es:

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{H}) + \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla^2 \mathbf{H} \quad (3.46)$$

(a) [3 pts] ¿Qué representa \mathbf{v} ? ¿Por qué es un campo vectorial?

(b) [2 pts] Si la conductividad en el núcleo fuese muy alta, ¿qué le pasará al campo?

A7) [5 pts] El campo magnético medido en la superficie del océano tiene ambas componentes del campo principal del núcleo de la Tierra (\mathbf{B}_E) y una perturbación debido a la corteza oceánica magnetizada ($\delta \mathbf{B}$):

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_E + \delta \mathbf{B} \quad (3.72)$$

Muestre que una medición del valor absoluto del campo ($|\mathbf{B}| = (\mathbf{B} \cdot \mathbf{B})^{\frac{1}{2}}$) es el valor absoluto del campo principal ($|\mathbf{B}_E|$) más la anomalía magnética, representada por $\hat{\mathbf{B}}_E \cdot \delta \mathbf{B}$.

($\hat{\mathbf{B}}_E$ es el vector unitario que apunta en la dirección del \mathbf{B}_E)

Sección B [Elige 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B1) [12.5 pts total]

¿Qué evidencia existe para un núcleo externo líquido? Use varias observaciones que incluyen (i) el momento de inercia de la Tierra, (ii) la propagación de ondas sísmicas en la Tierra, (iii) la producción y mantención del campo geomagnético por el geodinamo, (iv) la formación de la Tierra y su composición.

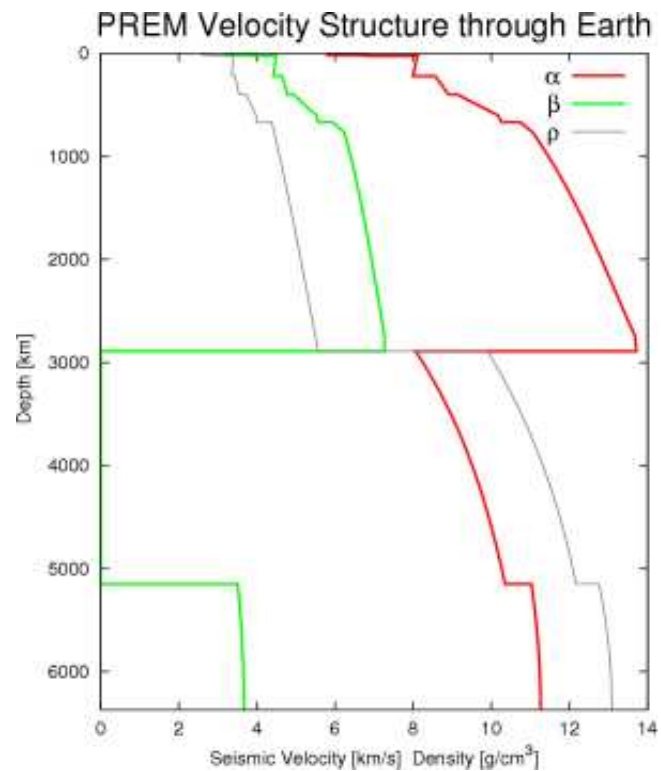


Fig B1(a): Velocidad-P (α), velocidad-S (β) y densidad (ρ) para la Tierra.

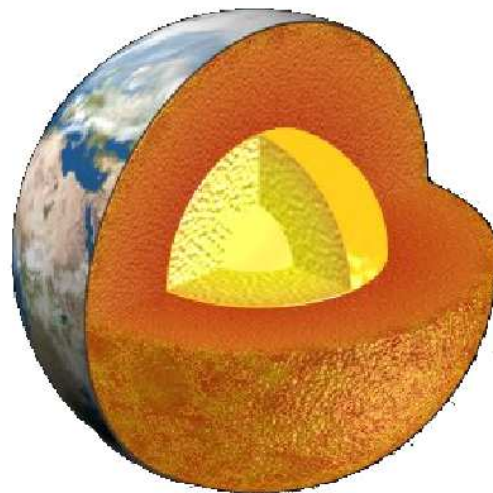


Fig B1(b): Capas de la Tierra.

Sección B [Elige 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B2) [12.5 pts total]

(a) [3 pts] Después de un deshielo, el rebote post-glacial no ocurre instantáneamente, pero es un proceso lento. ¿Por qué?



Fig B2: Representación de un campo de hielo arriba topografía variable.

(b) [5 pts] La tabla es un perfil de mediciones de gravedad a través de una zona que contenía un campo de hielo (que recién se fundió). El perfil es este-oeste entonces se puede tomar $g_0(\lambda)$, el campo de referencia, como una constante (sugiero el valor al nivel del mar en el perfil, $9.7900000 \text{ ms}^{-2}$).

Dist. a lo largo del perfil [km]	Altura de la topografía [m]	g_{obs} [ms^{-2}]
0	27	9.7899468
50	137	9.7897308
100	248	9.7889367
150	614	9.7882175
200	574	9.7882962
250	311	9.7893887
300	156	9.7896935
350	0	9.7900000

$$dg_{FA} = -2\frac{hg}{r} \quad , \quad dg_B = 2\pi G\rho h$$

$$\Delta g_{FA} = g_{obs} - dg_{FA} - g_0(\lambda) \quad , \quad \Delta g_B = g_{obs} - dg_{FA} - g_0(\lambda) - dg_B$$

Use $\rho_{roca} = 2650 \text{ kgm}^{-3}$ y calcule la anomalía de Bouguer de estos puntos.

(c) [4.5 pts] Use su resultado de parte (b) para entonces *estimar* el espesor y ancho del campo de hielo que recién se fundió. Use $\rho_{hielo} = 917 \text{ kgm}^{-3}$.

Sección B [Elige 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B3) [12.5 pts total]

El potencial gravitacional puede ser representado en términos de armónicos esféricos como:

$$U(r, \theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{1}{r}\right)^{(l+1)} [A_l^m \cos m\phi + B_l^m \sin m\phi] P_l^m(\cos \theta)$$

- (a) [0.5 pt] ¿Cuál es la relación entre U y \mathbf{g} (la aceleración debido a la gravedad)?
- (b) [1 pt] ¿Por qué no se puede usar esta fórmula dentro de la Tierra?
- (c) [3 pts] Dibuje las pelotas que representan los armónicos en la Tabla B3. ¿Qué significan las áreas blancas y negras?

l	m	A_l^m	B_l^m
0	0	1	...
1	0	0	...
1	1	0	0
2	0	-4.84×10^{-4}	...
2	1	-1.87×10^{-10}	1.20×10^{-9}
3	0	9.57×10^{-7}	...

Tabla B3: Coeficientes para distintos armónicos (EGM96). Los valores están en unidades de $-GM_{Tierra}$.

- (d) [2 pts] Explique ¿por qué los valores de B_l^m simplemente no están dadas para $m = 0$?
- (e) [2 pts] Explique ¿por qué $\{l=2, m=1\}$ y $\{l=3, m=0\}$ tienen valores muy pequeños comparados con el valor de $\{l=2, m=0\}$?
- (f) [2 pts] Explique ¿por qué A y B son ceros para $l=1$?
- (g) [2 pts] ¿Cuales son las grandes diferencias entre las componentes en la tabla para el potencial gravitacional y las componentes para el potencial magnético?

Sección B [Elige 2 de las 4 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B4) [12.5 pts total]

(a) [5 pts] Las componentes del momento magnético dipolar de la Tierra (m_x, m_y, m_z) son proporcionales al g_1^1, h_1^1 y g_1^0 , respectivamente. Use los siguientes valores del WMM2010 para calcular la latitud y longitud del polo norte geomagnético en 2010.

$$\begin{array}{l|l} g_1^0 = -29496.6 \text{ nT} & \dot{g}_1^0 = 11.6 \text{ nT/año} \\ g_1^1 = -1586.3 \text{ nT} & \dot{g}_1^1 = 16.5 \text{ nT/año} \\ h_1^1 = 4944.4 \text{ nT} & \dot{h}_1^1 = -25.9 \text{ nT/año} \end{array}$$

(Note: el eje- x pasa por una longitud de 0° .)

En coordenadas esféricas $z = r \cos \theta$; $x = r \sin \theta \cos \phi$; $y = r \sin \theta \sin \phi$.)

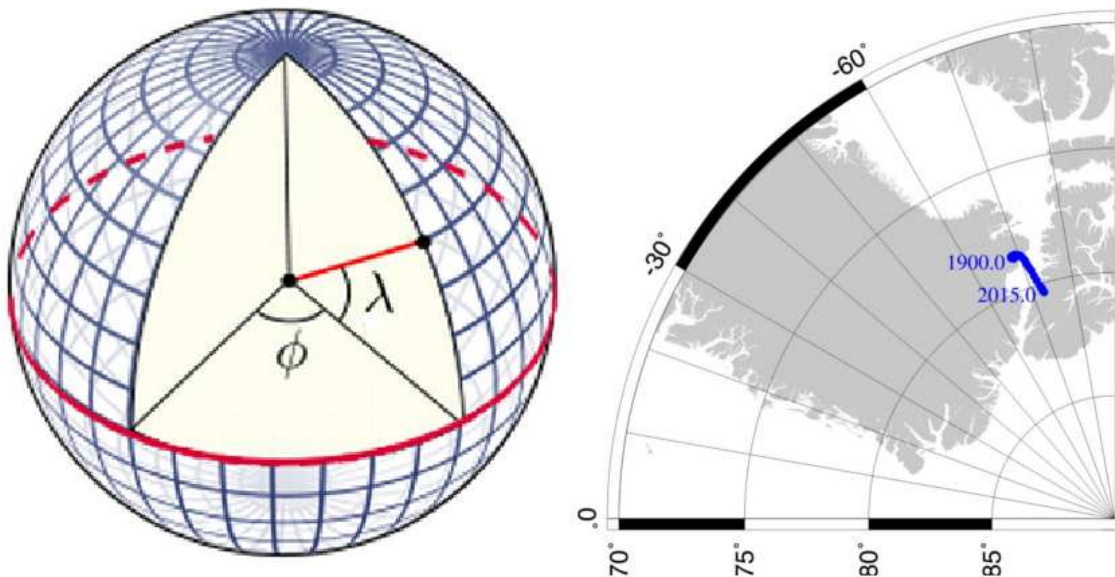


Fig B4: (a) Representación de latitud y longitud. (b) Movimiento del polo norte geomagnético.

(b) [2.5 pts] ¿Cuál es la diferencia entre el polo norte geomagnético y el polo norte magnético?

(c) [5 pts] Use las derivadas temporales de los coeficientes de Gauss en la tabla para *estimar* la distancia que se mueve el polo geomagnético por año.